

Восстановление сигналов с помощью канонического преобразования

Распространение сигналов вдоль оптоволокна описываем с помощью НУШ:

$$i \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q(x, t)}{\partial t^2} + |q(x, t)|^2 q(x, t) = 0, \quad (1)$$

Пусть начальный сигнал $q(t, x = 0)$ представляет собой периодическую функцию в интервале $t \in [-\pi, \pi]$ и имеет экспоненциально спадающий спектр:

$$q_\omega = A \exp(-\alpha|\omega| + i\phi_\omega) \quad (2)$$

с некоторыми фиксированными параметрами A , α и случайными фазами гармоник ϕ_ω .

Сначала приведены результаты для $A = 0.15$, $\alpha = 0.5$. Начальный спектр в логарифмическом масштабе показан на рисунке 1). Вещественная и мнимая части, а также модуль $q(t, x = 0)$ приведены на рисунках 2 (а) и (б) соответственно.

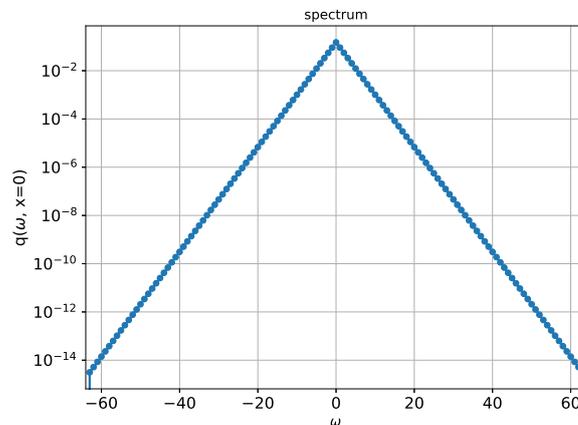


Рис. 1: Начальный спектр сигнала

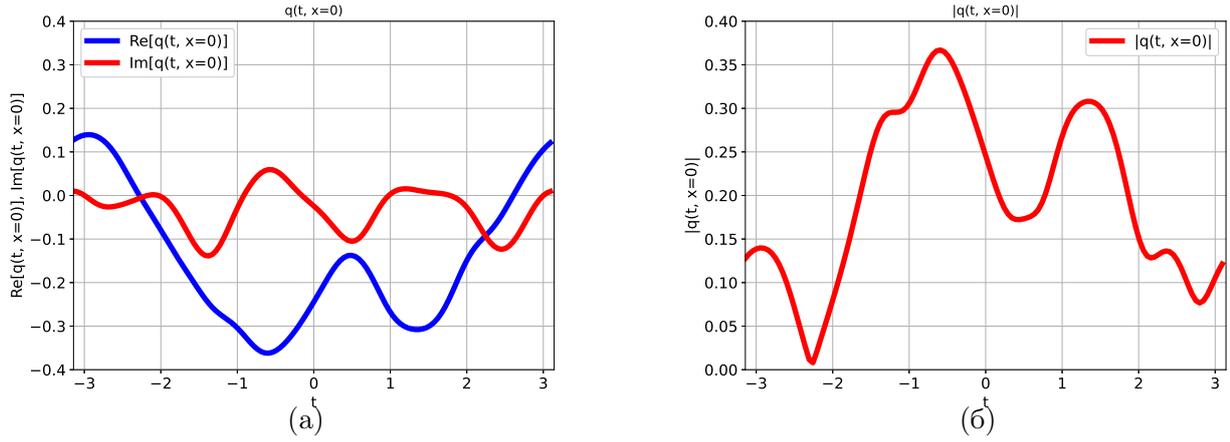


Рис. 2: Рисунок (а) – вещественная и мнимые части. Рисунок (б) – модуль

Оценки для нелинейной и дисперсионной длин волн имеют вид:

$$\begin{aligned}
 L_{NI} &= \frac{2\pi}{\int |q|^2 dt}, \\
 L_D &= \frac{2 \int |q|^2 dt}{\int |q_t|^2 dt}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Для рассматриваемого сигнала $L_{NI} \approx 20.5$, $L_D \approx 1.1$, т.е. отношение длин $\frac{L_D}{L_{NI}} \approx 0.05$.

Мы распространяем такой сигнал на расстояние $L = 100$, т.е. примерно на 100 дисперсионных и 5 нелинейных длин. Для вычисления используем стандартный split-step метод решения НУШ.

Вещественная и мнимая части, а также модуль $q(t, x = L)$ приведены на рисунках 3 (а) и (б) соответственно.

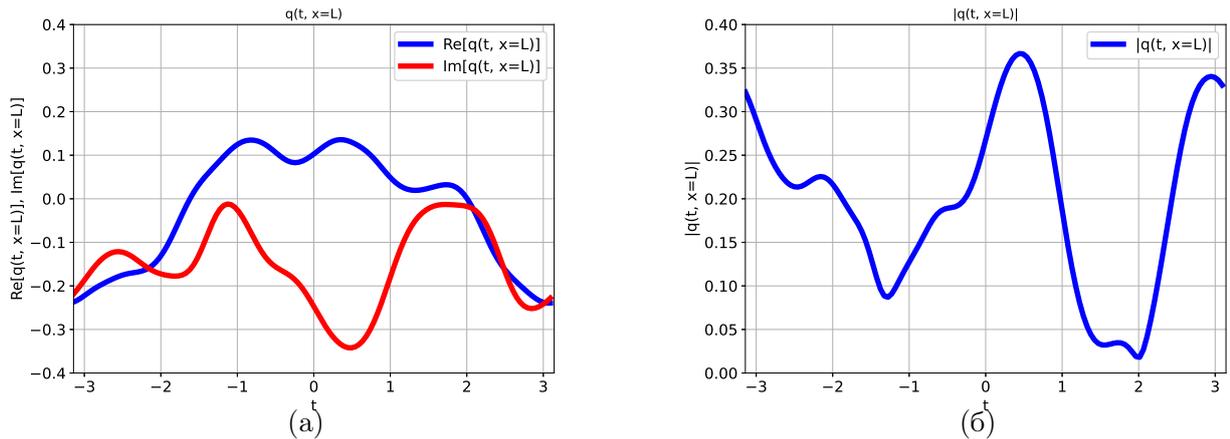


Рис. 3: Рисунок (а) – вещественная и мнимые части. Рисунок (б) – модуль

Теперь, используя каноническое преобразование, находим $b_\omega(x = L)$. Проводим элементарные вычисления для нахождения $b_\omega(x = 0)$, после чего восстанавливаем сигнал с помощью обратного канонического преобразования. Восстановленный сигнал обозначим $q_{transf}(t, x = 0)$. Сравнение исходного и восстановленного сигналов приведены на рисунках 4 (а) и (б).

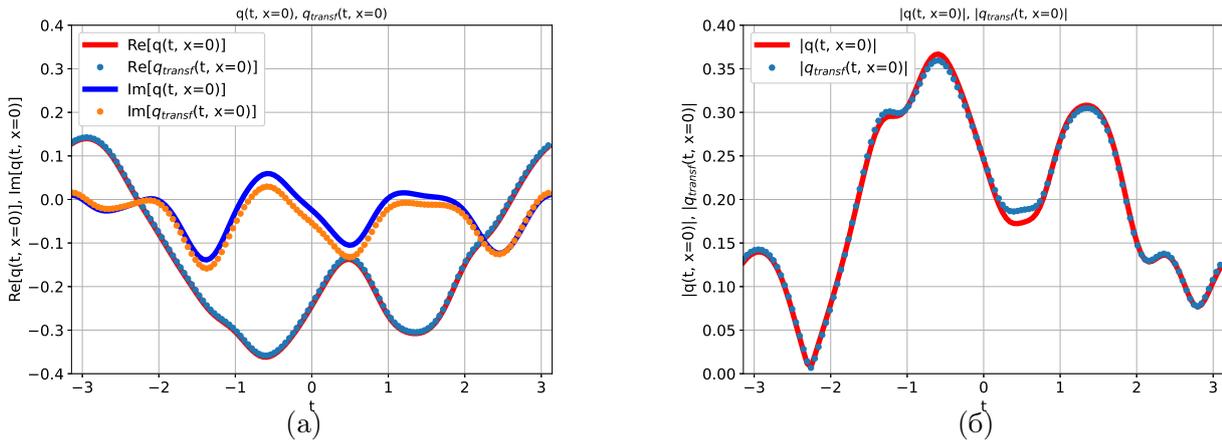


Рис. 4: Рисунок (а) – вещественная и мнимые части. Рисунок (б) – модуль

Ниже приведены результаты для $A = 0.2$, $\alpha = 0.5$.

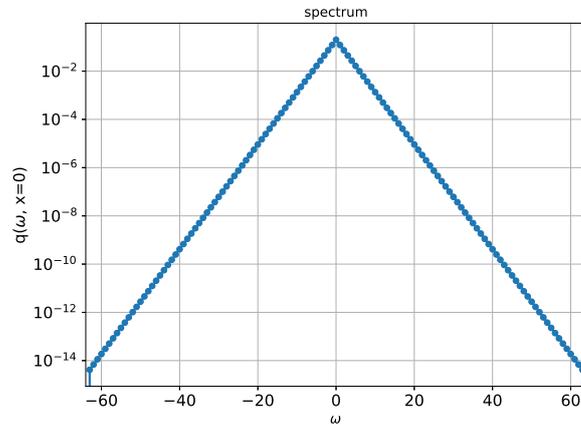


Рис. 5: Начальный спектр сигнала

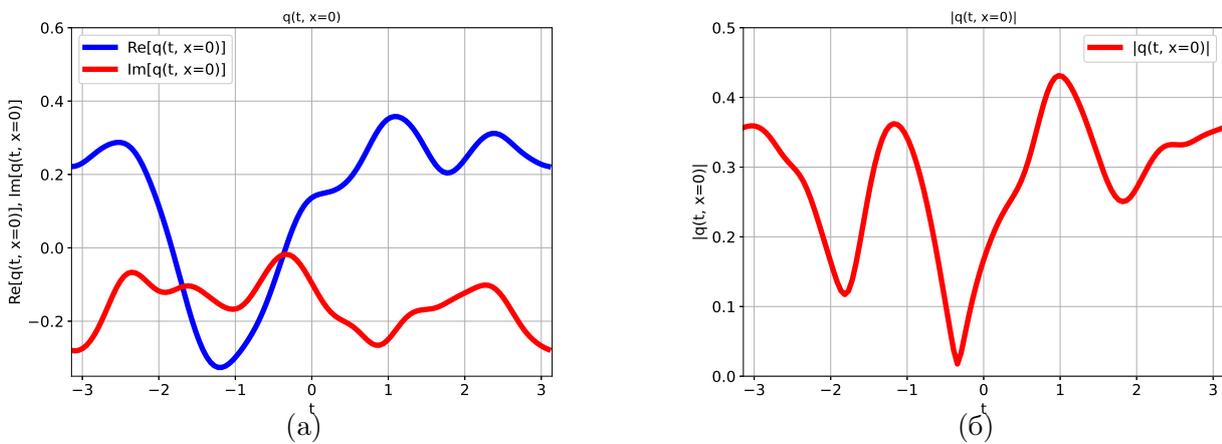


Рис. 6: Рисунок (а) – вещественная и мнимые части. Рисунок (б) – модуль

Для рассматриваемого сигнала $L_{Nl} \approx 11.5$, $L_D \approx 1.1$, т.е. отношение длин $\frac{L_D}{L_{Nl}} \approx 0.1$.

Мы распространяем такой сигнал на рассеяние $L = 100$, т.е. примерно на 100 дисперсионных и 10 нелинейных длин. Для вычисления используем стандартный split-step метод решения НУШ.

Вещественная и мнимая части, а также модуль $q(t, x = L)$ приведены на рисунках 7 (а) и (б) соответственно.

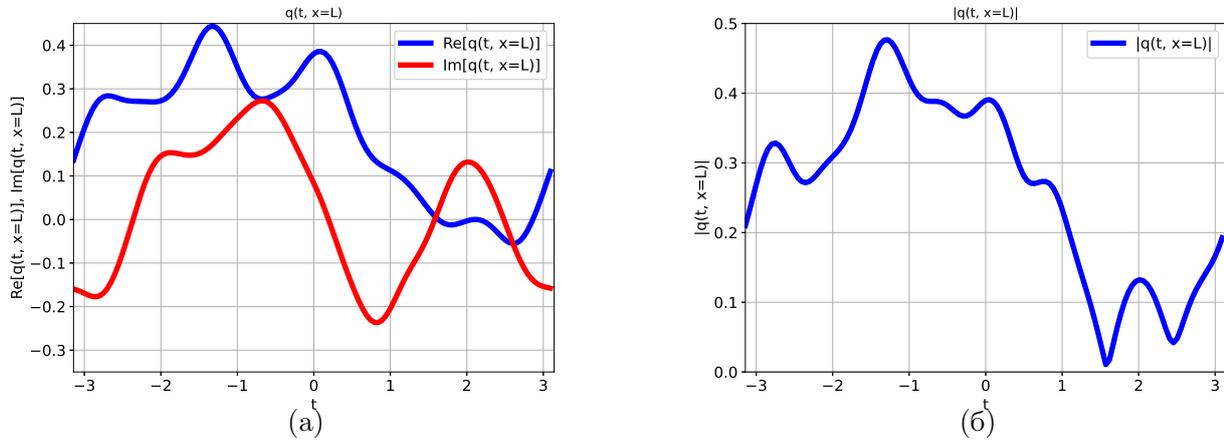


Рис. 7: Рисунок (а) – вещественная и мнимые части. Рисунок (б) – модуль

Теперь, используя каноническое преобразование, находим $b_\omega(x = L)$. Проводим элементарные вычисления для нахождения $b_\omega(x = 0)$, после чего восстанавливаем сигнал с помощью обратного канонического преобразования. Восстановленный сигнал обозначим $q_{transf}(t, x = 0)$. Сравнение исходного и восстановленного сигналов приведены на рисунках 8 (а) и (б).

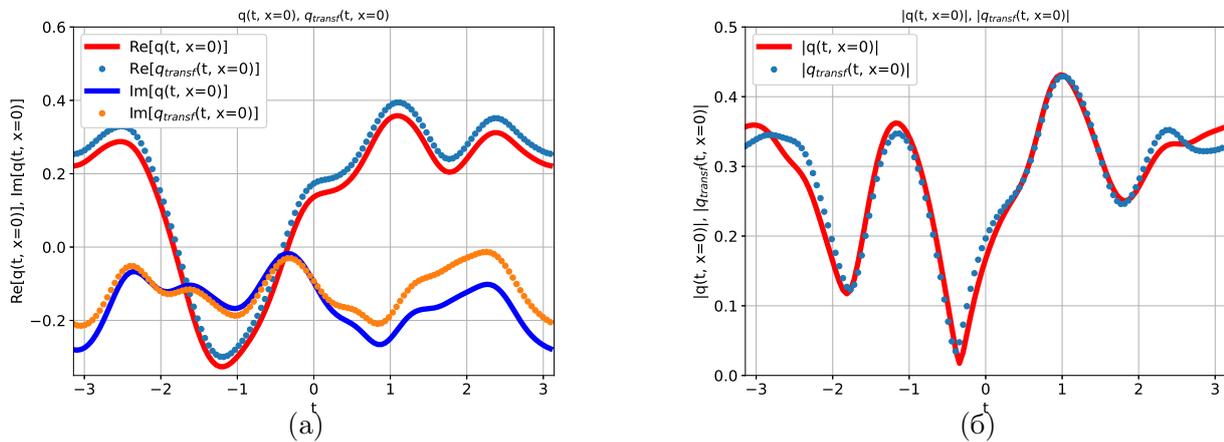


Рис. 8: Рисунок (а) – вещественная и мнимые части. Рисунок (б) – модуль