Восстановление сигналов с помощью канонического преобразования

Распространение сигналов вдоль оптоволокна описываем с помощью НУШ:

$$i\frac{\partial q(x,t)}{\partial x} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 q(x,t)}{\partial t^2} + |q(x,t)|^2 q(x,t) = 0,$$

$$\tag{1}$$

Пусть начальный сигнал q(t, x = 0) представляет собой набор из трех эквидистантно расположенных в интервале $[-\pi, \pi]$ гипергуссовых фукций:

$$f(x) = A \exp\left[-\left(\frac{x-r}{\sigma}\right)^p\right]$$
(2)

с некоторыми фиксированными параметрами А, σ и p.

Ниже приведены результаты для A = 0.9, $\sigma = 0.4$, p = 4. Начальный спектр в логарифмическом масштабе показан на рисунке 1. Вещественная и мнимая части, а также модуль q(t, x = 0) приведены на рисунках 2 (а) и (б) соответспвенно.



Рис. 1: Начальный спектр сигнала



Рис. 2: Рисунок (а) – вещественная и мнимые части. Рисунок (б) – модуль

Для рассматриваемого сигнала $L_{Nl} \approx 4.24$, $L_D \approx 0.22$, т.е. отношение длин $\frac{L_D}{L_{Nl}} \approx 0.05$. Мы распространяем такой сигнал на рассояние L = 44, т.е. примерно на 200 дисперсионных и 10 нелинейных длин. Для вычисления используем стандартный split-step метод решения НУШІ.

Вещественная и мнимая части, а также модуль q(t, x = L) приведены на рисунках 3 (а) и (б) соответственно.



Рис. 3: Рисунок (а) – вещественная и мнимые части. Рисунок (б) – модуль

Теперь, используя каноническое преобразование, находим $b_{\omega}(x = L)$. Проводим элементарные вычисления для нахождения $b_{\omega}(x = 0)$, после чего восстанавливаем сигнал с помощью обратного канонического преобразования. Восстановленный сигнал обозначим $q_{tranf}(t, x = 0)$. Сравнение исходного и восстановленного сигналов приведены на рисунках 4 (а) и (б).



Рис. 4: Рисунок (а) – вещественная и мнимые части. Рисунок (б) – модуль