

Домашнее задание №13

23.04.2024

Задачи принимаются до начала семинара 30.04.2024

Задача 1 (2 балла) Используя соотношения между критическими индексами и результаты из лекции выписать значения индексов $\alpha, \varepsilon, \mu, \gamma, \beta, \delta$ до первого порядка по $\epsilon = 4 - d$

Задача 2 (2 балла) Пользуясь теоремой Вика вычислить среднее

$$\int d^d \mathbf{r}_1 d^d \mathbf{r}_2 \langle \langle \bar{\varphi}^2(\mathbf{r}) \cdot \bar{\varphi}^2(\mathbf{r}') \cdot \bar{\varphi}^2(\mathbf{r}'') \rangle \rangle$$

где $\langle \langle ABC \rangle \rangle = \langle (A - \langle A \rangle)(B - \langle B \rangle)(C - \langle C \rangle) \rangle$. Ответ выразить через $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \bar{\varphi}(\mathbf{r}) \bar{\varphi}(\mathbf{r}') \rangle$.

Задача 3 (2 балла)

Написать ур-ния РГ для окрестности гауссовой фиксированной точки $\tilde{\tau} = \tilde{\lambda} = 0$ для уравнений ренорм-группы [(3.68) из лекций]

$$\frac{d\tilde{\tau}}{dl} = 2\tilde{\tau} + \frac{3\tilde{\lambda}}{1 + \tilde{\tau}}, \quad \frac{d\tilde{\lambda}}{dl} = \epsilon\tilde{\lambda} - \frac{9\tilde{\lambda}^2}{(1 + \tilde{\tau})^2}. \quad (1)$$

Определить соответствующие собственные значения. Сравнить с уравнениями для окрестности нетривиальной фиксированной точки $\tilde{\lambda} = \epsilon/9$ и $\tilde{\tau} = -\epsilon/6$. Построить фазовый портрет для уравнений ренорм-группы (1).

Задача 4 (2 балла) Пусть в эффективный гамильтониан добавлен член $(\mu/2) \int d^d \mathbf{r} \phi^6(\mathbf{r})$. Найти уравнение ренормгруппы в первом порядке по безразмерному параметру, соответствующему μ . Объяснить, почему в размерности $d = 4 - \epsilon$ таким членом можно пренебречь.

Задача 5 (1 балл) Найти зависимость производной спиновой восприимчивости, $\partial\chi/\partial\lambda$, от расстояния до нетривиальной критической точки $\tilde{\tau} + \epsilon/6$ в размерности $d = 4 - \epsilon$, $\epsilon > 0$.

Задача 6 (1 балл) Вычислить интеграл

$$\int \frac{d^2 \mathbf{q}}{(2\pi)^2} \frac{|1 - \exp(i\mathbf{q}\mathbf{R})|^2}{q^2}$$