

## Домашнее задание №13

Задачи принимаются до начала следующего семинара

**Задача 1** (2 балла) Доказать соотношение для обобщенной восприимчивости

$$\alpha(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Omega}{\pi} \frac{\text{Im } \alpha(\Omega)}{\Omega - i\omega}.$$

**Задача 2** (2 балла) Определим функцию  $R(\omega) = \int dt \langle X(t)X(0) \rangle e^{i\omega t}$ . Показать, что функция  $R(\omega)$  удовлетворяет условию детального баланса:  $R(-\omega) = e^{\beta\omega} R(\omega)$ .

**Задача 3\*** (3 балла) Среднее значение величины  $X$  можно определить как  $\langle X(t) \rangle = \text{Tr}[X\rho(t)]$ , где матрица плотности удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H_0 - Xf(t), \rho].$$

Решая это уравнение в первом порядке по  $f(t)$  и считая, что при  $t = -\infty$  матрица плотности была равновесная  $\rho_0 \propto e^{-\beta H_0}$ , получить формулу Кубо для обобщенной восприимчивости.

**Задача 4\*** (3 балла) Гамильтониан имеет вид  $H = H_0 - Xf(t)$ , где  $f(t) = ut$ . Вычислить зависимость величины  $\langle [H(t) - H(0)]^2 \rangle$  от времени при  $t \rightarrow \infty$  и  $u \rightarrow 0$ . Выразить ответ через обобщенную восприимчивость  $\alpha_X$ . Подсказка: воспользоваться формулами:  $dH/dt = -\dot{f}X(t)$  и  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sin^2(\omega t)/(\pi t \omega^2) = \delta(\omega)$ .