

Домашнее задание №9

20.05.2025

Задачи принимаются до начала семинара 27.05.2025

Задача 1 (2 балла) Вычислить коммутационное соотношение $[\mathcal{H}, \rho_\eta(q)]$ где $\rho_\eta(q) = \sum_p a_{\eta,p+q}^\dagger a_{\eta,p}$ и $\mathcal{H} = v_F \sum_{p,\eta=\pm} \eta p a_{\eta,p}^\dagger a_{\eta,p}$.

Задача 2 (2 балла) Вычислить теплоемкость одномерных бозонов, описываемых гамильтонианом $\mathcal{H} = \sum_{q>0,\eta=\pm} v_F q b_{\eta,q}^\dagger b_{\eta,q}$ и сравнить с теплоемкостью идеального вырожденного ферми-газа.

Задача 3* (3 балла) Показать, что оператор плотности электронов,двигающихся вправо, в координатном представлении имеет следующий вид:

$$\rho_R(x) = \sum_{q>0} \sqrt{\frac{q}{2\pi L}} \left[e^{iqx} b_{+,q}^\dagger + e^{-iqx} b_{+,q} \right] + \frac{\mathcal{N}_R}{L},$$

где $\mathcal{N}_R$ — это оператор полного числа правых электронов, L — длина системы.

Задача 4 (3 балла) Вычислить теплоемкость жидкости Латтинжера со спином, описываемой гамильтонианом

$$\mathcal{H}_{LL} = \sum_{\eta,\sigma,\sigma',q>0} \left[(\delta_{\sigma,\sigma'} v_F + g_4) q b_{\eta\sigma,q}^\dagger b_{\eta\sigma',q} + \frac{g_2}{2} q (b_{\eta\sigma,q}^\dagger b_{-\eta\sigma',q}^\dagger + b_{\eta\sigma,q} b_{-\eta\sigma',q}) \right],$$

где σ, σ' — проекции спина $1/2$.