

Домашнее задание к занятию

16.01.2019

Каждая из задач без звездочек (1-5) оценивается в 1 балл. Задачи со звездочкой(ами) к решению не обязательны.

Задача 1 Частица с трением и при наличии внешней силы F движется в потенциале

$$U(x) = -\cos x + \gamma \cos 3x, \quad \gamma > 0.$$

Определить критическую силу, при которой частица начнет двигаться с конечной средней скоростью, для случаев $\gamma \ll 1$ и $\gamma \gg 1$.

*) Найти критическую силу при всех γ .

Задача 2 Решить систему линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Задача 3 Решить систему уравнений

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x}, \quad A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad \vec{x}(0) = (0, 1, 1)^T$$

с помощью введения малого параметра так, чтобы матрица A стала диагонализуемой.

Задача 4 Решить систему уравнений

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x}, \quad A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad \vec{x}(0) = (1, 0, 1)^T$$

с помощью матричной экспоненты.

Задача 5

Решить систему уравнений

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x}, \quad A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}, \quad \vec{x}(0) = (1, 0, 1)^T$$

с помощью матричной экспоненты.

Задача 6* В пределе $t \rightarrow 0$ найти матрицу обратную матрице $At + B$, где A произвольная действительная симметричная матрица размера 3×3 , а матрица B имеет вид

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_3 & -b_2 \\ -b_3 & 0 & b_1 \\ b_2 & -b_1 & 0 \end{pmatrix}.$$