

Домашнее задание к занятию

20.02.2019

Задача 1. (1 балл) Веревка с постоянной плотностью, находящаяся в поле тяжести, закреплена в точках $(-x_0, y_0 + \Delta y)$ и (x_0, y_0) . Найти функцию профиля веревки и определить смещение положения минимума от точки $x = 0$ в первом порядке по Δy .

Задача 2. (1 балл) В среде с показателем преломления 1 находится плоская пластина с показателем преломления n , который зависит от расстояния до поверхности пластины по формуле $n(z) = 1 + \alpha z(d - z)$. (z отсчитывается вдоль перпендикуляра к поверхности. Точки $z = 0$ и $z = d$ соответствуют краям пластины.) Луч света падает на такую пластину под углом θ к нормали. Найти смещение Δy луча после выхода из пластины, а также угол $\Delta\theta$ на который он повернется. Считать, что $\alpha d^2 \ll 1$.

Задача 3. (1 балл) Нерастяжимую веревку длины l закрепили в точке $(0, 0)$. Найти форму веревки, которая будет максимизировать площадь между веревкой и осью X , так что не закрепленный конец веревки будет тоже лежать на оси X .

Задача 4. (1 балл) Найти максимальное удаление нерастяжимой веревки от оси X , если концы веревки закреплены в точках $(0, 0)$ и (a, b) и при этом максимизируется площадь между кривой и отрезком $(0, a)$. Считать, что $l - a \ll a$ и $b \ll a$.

Задача 5. (1 балл) Форма изгиба жестко-закрепленного стержня в поле тяжести определяется минимизацией функционала

$$S = \int_{-l}^l dx \left[\frac{\kappa}{2} (y'')^2 + \rho g y \right]$$

и граничными условиями $y(l) = y'(l) = y(-l) = y'(-l) = 0$. Найти форму профиля $y(x)$.