

# Домашнее задание к занятию

23.01.2019

Каждая из задач без звездочек (1-5) оценивается в 1 балл. Задачи со звездочкой(ами) к решению не обязательны.

**Задача 1** Двумерный вектор  $\vec{x} = \{x_1, x_2\}$  подчиняется следующему ур-нию

$$\dot{\vec{x}}(t) = [M_0 + \varepsilon M_1(t)]\vec{x}(t), \quad M_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad M_1(t) = \begin{pmatrix} 5 & 8t \\ 12t & 13 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}(0) = \{1, -1\}^T$$

Найти зависимость  $x_2(t)$  с точностью до первого порядка по малому параметру  $\varepsilon$ . Указание: использовать тот факт, что  $M_0(1, 1)^T = 0$  и  $(0, 1)M_0 = 0$ .

**Задача 2** Двумерный вектор  $\vec{x} = \{x_1, x_2\}$  подчиняется следующему ур-нию

$$\dot{\vec{x}}(t) = [\sigma_z + \varepsilon \sigma_x e^{2t}]\vec{x}(t), \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}(0) = \{1, 1\}^T$$

Найти зависимость  $\mathbf{x}(t)$  с точностью до первого порядка по малому параметру  $\varepsilon$ .

**Задача 3** Движение гармонического маятника с трением описывается ур-нием

$$\ddot{x}(t) + 2\gamma\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \tag{1}$$

Найти  $x(t)$  в первом порядке по  $\gamma \ll 1$  при начальных условиях  $x(0) = x_0$  и  $\dot{x}(0) = 0$ . Указание: Использовать матричное представление ур-ния (1):

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$$

**Задача 4** Движение гармонического маятника с трением описывается ур-нием

$$\ddot{x}(t) + 2\gamma\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \tag{2}$$

Найти  $x(t)$  при всех  $\gamma$  и начальных условиях  $x(0) = x_0$  и  $\dot{x}(0) = 0$ . Рассмотреть случай  $\omega^2 > \gamma^2$ . Указание: Использовать матричное представление ур-ния (2):

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$$

**Задача 5** Движение гармонического маятника с трением описывается уравнением

$$\ddot{x}(t) + 2\gamma\dot{x}(t) + \omega^2x(t) = 0 \quad (3)$$

Найти  $x(t)$  при всех  $\gamma$  и начальных условиях  $x(0) = x_0$  и  $\dot{x}(0) = 0$ . Рассмотреть случай  $\omega^2 < \gamma^2$ .  
Указание: Использовать матричное представление уравнения (3):

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$$