

## Домашнее задание к занятию 27.02.2019

Каждая из задач без звездочек (1-5) оценивается в 1 балл. Задачи со звездочкой(ами) к решению не обязательны.

**Задача 1** Пусть  $a, b > 0$ . Найдите асимптотическое выражение для следующего интеграла:

$$I(a, b) = \int_0^{\infty} e^{-ax} \frac{\sin^2(bx)}{x^2} dx$$

при а)  $a \gg b$  и б)  $a \ll b$ .

**Задача 2** Найдите асимптотическое выражение для следующего интеграла:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2 + a^2} \cdot \frac{1}{(x-1)^2 + b^2} dx$$

при а)  $a \ll 1$ ,  $b \sim 1$  и б)  $a = b \gg 1$ .

**Задача 3** Найдите асимптотическое выражение для следующего интеграла:

$$I(a, b) = \int_0^{\infty} \frac{x(1 - \tanh(bx))}{x^2 + a^2} dx$$

при  $b \ll 1$  и  $a \ll 1$ .

**Задача 4** Приблизительно вычислите сумму:

$$S(a, b) = \sum_{n=0}^{\infty} n^a e^{-bn}$$

при а)  $a \sim 1$ ,  $b \ll 1$  б)  $b \gg a/b \gg 1$ .

**Задача 5** Найдите асимптотическое выражение для следующего интеграла:

$$I(a) = \int_0^{\infty} \frac{1}{xa^2 + (1-x^2)^2} dx$$

при а)  $1 \gg a$  и б)  $1 \ll a$ .

**Задача 6\*** Найдите асимптотическое выражение для следующего интеграла:

$$I(n, a, b) = \int_0^a \frac{x^n}{e^{x/b} - 1} dx$$

при а)  $b \gg a$  и б)  $n \gg 1$ ,  $nb \ll a$ .