Домашнее задание к занятию

30.01.2019

<u>Задача 1</u>(1 балл) Рассмотрим линейный осциллятор с возмущением

$$\ddot{x} + \omega^2 x = -\gamma \dot{x}^2, \qquad x(0) = x_0, \qquad \dot{x}(0) = 0.$$

С помощью метода итераций найдите решение с точностью до первой поправки по малому параметру $\gamma x_0 \ll 1$. <u>Указание:</u> воспользоваться функцией Грина для линейного осциллятора и формулой из лекций

$$x(t) = x_0 \cos \omega t + \omega^{-1} \int_0^t d\tau \sin[\omega(t-\tau)] \phi(\tau)$$

<u>Задача 2</u> (1 балл) Рассмотрим слабо ангармонический осциллятор ($\epsilon \to 0$):

$$\ddot{x} + \omega^2 x = -\epsilon x^5, \qquad x(0) = x_0, \qquad \dot{x}(0) = 0,$$

Используя параметризацию вида $x = A \cos(\omega t + \alpha(t))$, найдите нелинейный сдвиг частоты осцилляций.

<u>Задача 3</u> (1 балл) Рассмотрим линейный осциллятор с затуханием ($\gamma > 0$)

$$\ddot{x} + \omega^2 x = -\frac{\gamma}{\omega} \dot{x}^3, \qquad x(0) = x_0, \qquad \dot{x}(0) = 0.$$

С помощью метода итераций найдите решение с точностью до первой поправки по малому параметру $\gamma \to 0$. До каких времен t такая теория возмущений работает? <u>Указание:</u> воспользоваться функцией Грина для линейного осциллятора и формулой из лекций

$$x(t) = x_0 \cos \omega t + \omega^{-1} \int_0^t d\tau \sin[\omega(t-\tau)] \phi(\tau)$$

<u>Задача 4</u> (2 балла) Рассмотрим линейный осциллятор с затуханием ($\gamma > 0$)

$$\ddot{x} + \omega^2 x = -\frac{\gamma}{\omega} \dot{x}^3, \qquad x(0) = x_0, \qquad \dot{x}(0) = 0.$$

Пусть начальная амплитуда колебаний равна x_0, а затухание слабое: $\gamma x_0^2 \ll 1$. Используя параметризацию вида $x = A(t) \cos(\omega t)$ найдите $t_{1/2}$ – время, за которое амплитуда колебаний затухнет в 2 раза.