

# Контрольная работа №1

## Вариант А 30.01.2024

**Задача 1** (1 балл) При каких условиях на действительные числа  $u$  и  $v$  матрица

$$\begin{pmatrix} u & v \\ v & 1-u \end{pmatrix}$$

может описывать матрицу плотности спина  $1/2$ .

**Задача 2** (2 балла) С помощью принципа максимальной энтропии найти матрицу плотности, описывающую ансамбль частиц со спином  $1/2$  при фиксированной энергии и числе частиц со спинов вверх ( $N_{\uparrow}$ ) и вниз ( $N_{\downarrow}$ ).

**Задача 3** (2 балла) Найти химический потенциал фермионов в двухуровневой системе (с энергиями  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ ) при среднем числе фермионов  $N = 1$ . Найти вероятность того, что нижний уровень ( $\varepsilon_1$ ) не заполнен при  $T \ll \Delta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ .

**Задача 4** (2 баллов) Для двухуровневой системы с энергиями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  вычислить среднее значение числа частиц на нижнем уровне в идеальном Бозе газе со средним числом частиц  $N \gg 1$ .

**Задача 5** (3 балла) В пределе нулевого магнитного поля, вычислить парамагнитную восприимчивость (за счет эффекта Зеемана) двумерного идеального газа фермионов со спином  $1/2$  как функцию среднего числа частиц  $N$ .

**Задача 6** (4 баллов) Для двумерного идеального бозе газа, находящегося в гармонической ловушке с потенциалом  $U(r) = m\omega^2 r^2/2$  определить 1) плотность состояний в квазиклассическом приближении и 2) зависимость числа надконденсатных частиц от температуры при температурах ниже тем-ры конденсации Бозе-Эйнштейна (БЭК).

# Контрольная работа №1

## Вариант Б 30.01.2024

**Задача 1** (1 балл) При каких условиях на действительные числа  $u$  и  $v$  матрица

$$\begin{pmatrix} u & v \\ v & 1 - u \end{pmatrix}$$

будет описывать матрицу плотности чистого состояния спина  $1/2$ .

**Задача 2** (2 балла) С помощью принципа максимальной энтропии найти матрицу плотности, описывающую ансамбль правых и левых частиц при фиксированной энергии и числе правых частиц ( $N_R$ ) и левых частиц ( $N_L$ ).

**Задача 3** (2 балл) В двухуровневой системе (с энергиями  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ ) находится один фермион. Найти вероятность того, что нижний уровень ( $\varepsilon_1$ ) не заполнен при  $T \ll \Delta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ .

**Задача 4** (2 баллов) Для двухуровневой системы с энергиями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  вычислить значение химического потенциала идеального Бозе газа как функции температуры и среднего числа частиц  $N \gg 1$ .

**Задача 5** (3 балла) Вычислить вклад в намагниченность в магнитном поле за счет эффекта Зеемана двумерного идеального газа фермионов со спином  $1/2$  как функцию среднего числа частиц  $N$ .

**Задача 6** (4 баллов) Для двумерного идеального бозе газа, находящегося в гармонической ловушке с потенциалом  $U(r) = m\omega^2 r^2/2$  определить 1) плотность состояний в квазиклассическом приближении и 2) зависимость тем-ры конденсации Бозе-Эйнштейна (БЭК) от числа частиц.