

Контрольная работа №1

Вариант А 04.02.2025

Задача 1 (1 балл) При каких условиях на действительные числа α и β матрица

$$\begin{pmatrix} \cos^2(\alpha)/2 & \sinh(\beta)/4 & 0 \\ \sinh(\beta)/4 & \sin^2(\alpha)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

может описывать матрицу плотности спина 1.

Задача 2 (2 балла) С помощью принципа максимальной энтропии найти матрицу плотности, описывающую ансамбль частиц со спином $1/2$ при фиксированных энергии, полном числе частиц и z -проекции полного спина системы.

Задача 3 (2 балла) Найти значение химического потенциала фермионов в двухуровневой системе (с энергиями $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$), при котором среднее число фермионов $\langle N \rangle = 2$.

Задача 4 (2 балла) Для двухуровневой системы с энергиями $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ найти вероятность того, что будет заполнен верхний уровень (ε_2) в идеальном Бозе-газе с числом частиц $N = 1$ (считать, что температура $T \ll \Delta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$).

Задача 5 (3 балла) В пределе нулевого магнитного поля вычислить парамагнитную восприимчивость (за счёт эффекта Зеемана) двумерного идеального газа бозонов со спином 1 как функцию среднего числа частиц N .

Задача 6 (4 балла) Для одномерного идеального бозе-газа, находящегося в треугольной ловушке с потенциалом $U(x) = F|x|$, определить в квазиклассическом приближении зависимость числа надконденсатных частиц от температуры при температурах ниже температуры конденсации Бозе-Эйнштейна (БЭК).

Контрольная работа №1

Вариант Б 04.02.2025

Задача 1 (1 балл) При каких условиях на действительные числа α и β матрица

$$\begin{pmatrix} \sin^2(\alpha)/2 & \sin(\beta)/4 & 0 \\ \sin(\beta)/4 & \cos^2(\alpha)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

будет описывать матрицу плотности чистого состояния спина 1.

Задача 2 (2 балла) С помощью принципа максимальной энтропии найти матрицу плотности, описывающую ансамбль правых и левых частиц при фиксированных энергии, полном числе частиц и имбалансе (разнице в числе правых и левых частиц).

Задача 3 (2 балла) В двухуровневой системе (с энергиями $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$) находится один фермион. Найти вероятность того, что верхний уровень (ε_2) заполнен при $T \ll \Delta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$.

Задача 4 (2 балла) Для трёхуровневой системы с энергиями $\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3$ вычислить значение химического потенциала идеального Бозе-газа как функции температуры. Считать среднее число частиц большим, $N \gg 1$.

Задача 5 (3 балла) В пределе нулевого магнитного поля вычислить парамагнитную восприимчивость (за счёт эффекта Зеемана) двумерного идеального газа фермионов со спином $3/2$ как функцию среднего числа частиц N .

Задача 6 (4 балла) Для одномерного идеального бозе-газа, находящегося в ловушке с потенциалом $U(x) = kx^4$, определить в квазиклассическом приближении зависимость числа надконденсатных частиц от температуры при температурах ниже температуры конденсации Бозе-Эйнштейна (БЭК).