

Задачи для зачета. Часть II.

ЗАДАЧА 1. Доказать, что $\text{Re } M_0^p(q) > 0$, где $M_0^p(q)$ - оператор, определяющий пропагатор массивных мод P . Оценить чему равен $\min_q \text{Re } M_0^p(q)$.

ЗАДАЧА 2. Вычислить однопетлевую поправку к σ_{xx} , используя регуляризацию Паули-Вилларса.

ЗАДАЧА 3. Вычислить однопетлевую поправку к σ_{xx} , используя размерную регуляризацию.

ЗАДАЧА 4. Вычислить однопетлевую поправку к плотности состояний ν , используя регуляризацию Паули-Вилларса.

ЗАДАЧА 5. Вычислить однопетлевую поправку к плотности состояний ν , используя размерную регуляризацию.

ЗАДАЧА 6. Найти собственные функции (нормированные на единицу) и спектр оператора

$$O_a = \frac{\partial}{\partial \eta} (1 - \eta^2) \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{1}{1 - \eta^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{ia}{1 - \eta} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{a^2}{4} \frac{1 + \eta}{1 - \eta} + \frac{a}{2}$$

где $-1 < \eta < 1$, $0 < \theta < 2\pi$ и $a = 1$.

ЗАДАЧА 7. Вычислить диагональный матричный элемент между собственными состояниями оператора O_1 от $(1 - \eta)/2$.

ЗАДАЧА 8. Найти собственные функции (нормированные на единицу) и спектр оператора

$$O_a = \frac{\partial}{\partial \eta} (1 - \eta^2) \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{1}{1 - \eta^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{ia}{1 - \eta} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{a^2}{4} \frac{1 + \eta}{1 - \eta} + \frac{a}{2}$$

где $-1 < \eta < 1$, $0 < \theta < 2\pi$ и $a = 2$.

ЗАДАЧА 9. Вычислить диагональный матричный элемент между собственными состояниями оператора O_2 от $(1 - \eta)/2$.

ЗАДАЧА 10. Используя однопетлевую перенормировку операторов $\text{Tr}(\Lambda Q)^2$ и $(\text{Tr } \Lambda Q)^2$ найти собственные операторы ренормгруппы $E_{a,s}$ с не больше чем с двумя матрицами Q . Подсказка: использовать представление $E_{a,s}[Q] = z_1 \text{Tr}(\Lambda Q)^2 + z_2 (\text{Tr } \Lambda Q)^2 + z_3 \text{Tr } \Lambda^2$, где коэффициенты z_1 , z_2 и z_3 находятся из условия того, чтобы при однопетлевой перенормировке оператор переходил сам в себя.

Задача 11. Используя однопетлевую перенормировку операторов

$$\text{Tr}(\Lambda Q)^4, \text{Tr}(\Lambda Q)^3 \text{Tr} \Lambda Q, \text{Tr}(\Lambda Q)^2 (\text{Tr} \Lambda Q)^2, (\text{Tr} \Lambda Q)^4, \text{Tr}(\Lambda Q)^2, (\text{Tr} \Lambda Q)^2$$

найти собственные операторы ренормгруппы E с не больше чем с четырьмя матрицами Q . Подсказка: использовать представление собственного оператора в виде линейной комбинации операторов, перечисленных выше.

Задача 12. Записать выражение для мезоскопических флуктуаций локальной плотности состояний, $\langle [\nu(E, r)]^2 \rangle$, в диффузионном режиме через Q – матрицы. Представить соответствующий оператор в инвариантном виде относительно $U(n) \times U(n)$ вращений. Вычислить однопетлевую поправку к $\langle [\nu(E, r)]^2 \rangle$.

Задача 13. Записать выражение для среднего,

$$\langle [\text{Im} G^R(E, r, r) \text{Im} G^R(E, r', r') - \text{Im} G^R(E, r, r') \text{Im} G^R(E, r', r)] \rangle_{\text{dis}},$$

в диффузионном режиме через Q – матрицы. Считать выполненным условие $\lambda_F \ll |r - r'| \ll l$, где l – длина свободного пробега. Представить соответствующий оператор в инвариантном виде относительно $U(n) \times U(n)$ вращений. Вычислить однопетлевую поправку.

Задача 14. Записать выражение для среднего,

$$\langle [3\nu(E, r)\nu(E, r') - \nu(E, r)\nu(E, r)] \rangle_{\text{dis}},$$

в диффузионном режиме через Q – матрицы. Считать выполненным условие $\lambda_F \ll |r - r'| \ll l$, где l – длина свободного пробега. Представить соответствующий оператор в инвариантном виде относительно $U(n) \times U(n)$ вращений. Вычислить однопетлевую поправку.

Задача 15. Вычислить корреляционную функцию двух Q -матриц: $\langle q_{p_1 p_2}^{\alpha \beta}(s_1) q_{p_3 p_4}^{\gamma \delta}(s_2) \rangle$, где точки s_1 и s_2 лежат на границе двумерного газа.

Задача 16. Используя уравнение Каллана-Циманчика с непертурбативными β -функциями получить общий вид скейлинговой зависимости продольной и холловской проводимостей.