



С. В. Гуденко

# ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

Учебно-методическое пособие  
по курсу *Общая физика*

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

*Кафедра общей физики*

*Кафедра физики и технологии наноструктур*

С. В. Гуденко

## **Введение в физику магнитного резонанса**

Учебно-методическое пособие  
по курсу *Общая физика*

МОСКВА  
МФТИ  
2013

Р е ц е н з е н т ы

Доктор физико-математических наук А. Ю. Якубовский,  
Кандидат физико-математических наук С. В. Капельницкий

**Гуденко, С.В.**

**Введение в физику магнитного резонанса.** Учебно-методическое пособие по курсу Общая физика. — М.: МФТИ, 2013. — 36 с.

Изложены элементарные понятия и идеи, лежащие в основе теории магнитного резонанса. Показано, как в резонансных условиях возникает поглощение энергии электромагнитного поля в классическом и квантово-механическом приближениях. Получена связь между формой линии поглощения и магнитной восприимчивостью. Описаны способы и принципы экспериментального наблюдения резонанса.

Содержание пособия дополняет программу V семестра курса общей физики и может быть использовано для более глубокого ознакомления с разделом курса, посвященного магнитному резонансу, и подготовки к государственному экзамену по физике. Освоение материала пособия подготовит читателя к изучению монографий, специальных обзоров и оригинальных работ в области магнитного резонанса.

Предназначено для студентов, аспирантов и преподавателей МФТИ.

**УДК 539.1**

# 1. Введение

Магнитным резонансом называется резонансное поглощение энергии квантов электромагнитного поля при переходах между расщепленными по энергии во внешнем постоянном магнитном поле уровнями атомов. Расщепление уровней энергий атомов в магнитном поле обусловлено наличием у них магнитного момента как электронного, так и ядерного, и соответственно могут наблюдаться электронный парамагнитный резонанс (ЭПР) или ядерный магнитный резонанс (ЯМР).

Рассмотрим элементарные условия возникновения магнитного резонанса на примере ЭПР. При включении постоянного магнитного поля  $\mathbf{H}_0$  атомы, обладающие полным электронным механическим моментом  $\mathbf{J} = \hbar \mathbf{j}$  ( $\hbar$  — постоянная Планка) и соответствующим ему магнитным моментом

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{J} = g_j \mu_B \mathbf{j} \quad (1)$$

( $\gamma$  — магнитомеханическое отношение,  $g_j$  — фактор спектроскопического расщепления,  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 0,927 \cdot 10^{-20}$  эрг/Гс — магнетон Бора), приобретают дополнительную энергию

$$E = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{H}_0 = -g_j \mu_B \mathbf{j} \mathbf{H}_0 = -g_j \mu_B m_j H_0.$$

Здесь число  $m_j = j, j-1, \dots, -j$  определяет возможные  $2j+1$  проекции  $\mathbf{j}$  на направление поля  $\mathbf{H}_0$ . Для электронных состояний свободного атома  $g_j$  определяется известной формулой Ланде:

$$g_j = \frac{g_s + g_l}{2} + \frac{g_s - g_l}{2} \cdot \frac{s(s+1) - l(l+1)}{j(j+1)}.$$

В этой формуле использованы общепринятые обозначения  $g_s = -2$  спиновый,  $g_l = -1$  — орбитальный  $g$ -факторы,  $s$  и  $l$  — спиновое и орбитальное квантовые числа.

Такая система из  $2j + 1$  энергетических уровней обладает *избирательным* поглощением энергии электромагнитного излучения. Как показывается в курсе квантовой механики, в соответствии с правилами отбора разрешены переходы только между соседними уровнями  $m'_j = m_j \pm 1$ . Закон сохранения энергии требует в этом случае, чтобы энергия поглощенного (излученного) кванта электромагнитного поля была равна разности энергий атома в этих состояниях:

$$\hbar \omega_0 = \Delta E = |g_j \mu_B H_0|. \quad (2)$$

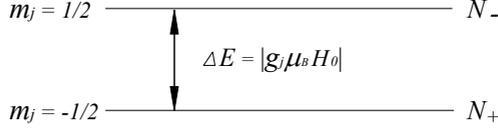


Рис. 1. Уровни энергии в магнитном поле для атома с  $j = \frac{1}{2}$

Оценим характерные значения полей  $\mathbf{H}_0$  и частот  $\omega_0$  электромагнитного излучения. Для легкодостижимых в обычных лабораторных условиях полей  $H_0 \approx 10^4$  Гс  $\omega_0 \approx \frac{\mu_B H_0}{\hbar} \approx \frac{10^{-20} \cdot 10^4}{10^{-27}} \approx 10^{11}$  с $^{-1}$ , что соответствует СВЧ-диапазону с частотой  $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx 10^{10}$  Гц и длиной волны  $\lambda = \frac{c}{\nu_0} \approx \frac{3 \cdot 10^{10}}{10^{10}} \approx 3$  см.

Для случая ЯМР условие (2) можно записать в виде

$$\hbar\omega_0 = \Delta E = |g_N \mu_{BN} H_0|, \quad (2a)$$

где  $g_N$  — ядерный  $g$ -фактор, обычно не превышающий по модулю нескольких единиц, а  $\mu_{BN} = \frac{e\hbar}{2m_p c} = 0.505 \cdot 10^{-23}$  эрг/Гс — ядерный магнетон Бора. Для тех же магнитных полей  $H_0 \approx 10^4$  Гс ЯМР будет наблюдаться на частоте  $\omega_0 \approx \frac{g_N \mu_{BN} H_0}{\hbar} \approx \frac{10^{-23} \cdot 10^4}{10^{-27}} \approx 10^8$  с $^{-1}$ , что соответствует радиочастотному диапазону с частотой  $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx 10^7$  Гц и длиной волны  $\lambda = \frac{c}{\nu_0} \approx \frac{3 \cdot 10^{10}}{10^7} = 3 \cdot 10^3$  см = 30 м.

## 2. Поглощение энергии и спин-решеточная релаксация

Выясним особенности поведения *макроскопического* образца в условиях магнитного резонанса. Для простоты рассмотрим простейшую систему с  $j = \frac{1}{2}$  (рис. 1).

Пусть числа атомов (населенности) в состояниях с  $m_j = \frac{1}{2}$  и  $m_j = -\frac{1}{2}$  соответственно  $N_-$  и  $N_+$ . Полное число атомов  $N = N_- + N_+$  величина постоянная.

Приложим к системе переменное электромагнитное поле с резонансной частотой, удовлетворяющей условию (2) (или (2a)). Пусть  $W_+$  — вероятность перехода в единицу времени одного атома с уровня  $N_+$  на уровень  $N_-$ ,  $W_-$  — вероятность обратного перехода. Тогда для скорости изменения населенности  $N_+$  можно записать

$$\frac{dN_+}{dt} = N_- W_- - N_+ W_+.$$

В курсе квантовой механики показывается, что вероятности переходов  $W_-$  и  $W_+$  равны:  $W_+ = W_- = W$ .<sup>1</sup>

С учетом последнего равенства

$$\frac{dN_+}{dt} = (N_- - N_+)W. \quad (3)$$

Введем величину разности заселенностей:

$$n = N_+ - N_-. \quad (4)$$

Тогда

$$N_+ = \frac{N+n}{2}, \quad N_- = \frac{N-n}{2} \quad (5)$$

и (3) преобразуется к виду

$$\frac{dn}{dt} = -2nW, \quad (6)$$

решение которого имеет вид

$$n = n(0) \exp(-2Wt),$$

где  $n(0)$  — избыток населенности в начальный момент, т. е. в момент включения переменного электромагнитного поля. Отсюда видно, что в отсутствие процессов, восстанавливающих разницу заселенностей, в результате вынужденных переходов под действием электромагнитного поля за время порядка  $t \sim \frac{1}{2W}$  она исчезает. Скорость поглощения энергии электромагнитного поля

$$\frac{dE}{dt} = N_+ \hbar \omega_0 W - N_- \hbar \omega_0 W = \hbar \omega_0 n W \quad (7)$$

при этом также стремится к нулю и резонансное поглощение энергии должно прекратиться, что противоречит опыту.

Учтем теперь взаимодействие спинов с окружающей средой. Это взаимодействие будем называть *спин-решеточным* даже если среда

---

<sup>1</sup>В соответствии с нестационарной теорией возмущений вероятность перехода в единицу времени из состояния, описываемого волновой функцией  $\psi$ , в состояние, описываемое волновой функцией  $\varphi$ , под действием возмущения  $2\hat{F}_0 \cos \omega t$  пропорциональна  $\left| \int \varphi^* \hat{F}_0 \psi dV \right|^2 \equiv \left| \langle \varphi | \hat{F}_0 | \psi \rangle \right|^2$ . Операторы физических величин в силу вещественности их собственных значений описываются эрмитовыми операторами, для которых  $\langle \varphi | \hat{F}_0 | \psi \rangle = \langle \hat{F}_0 \varphi | \psi \rangle \equiv \langle \psi | \hat{F}_0 \varphi \rangle^*$  и, следовательно,  $\left| \langle \varphi | \hat{F}_0 | \psi \rangle \right|^2 = \left| \langle \psi | \hat{F}_0 | \varphi \rangle \right|^2$ . Применительно к нашему случаю это будет означать равенство  $W_+ = W_-$ .

представляет из себя жидкость или газ. В отсутствие внешнего постоянного магнитного поля спины распределены по направлениям в пространстве хаотически и образец не намагничен. При включении постоянного магнитного поля такое хаотическое распределение становится неравновесным: в соответствии с распределением Больцмана при равновесии спиновой системы в магнитном поле отношение населенностей стремится к

$$\begin{aligned} \frac{N_-^0}{N_+^0} &= \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right) = \exp\left(\frac{g_j \mu_B H_0}{k_B T}\right) = \\ &= \exp\left(-\frac{|g_j \mu_B H_0|}{k_B T}\right) < 1, \quad (g_j < 0). \end{aligned}$$

( $T$  — температура,  $k_B$  — постоянная Больцмана.) При этом образец намагничивается и энергия спиновой системы уменьшается — магнитных моментов, направленных по полю и имеющих более низкую энергию, становится больше, чем направленных против поля. Избыточная энергия передается окружающей среде — решетке. Заметим, что при этом от решетки к системе спинов передается момент импульса — вспомним эффект Эйнштейна—де-Гааза — и решетка также получает момент импульса «отдачи» в противоположном направлении. Механизм, посредством которого осуществляется эта передача энергии и момента импульса, называется *спин-решеточной релаксацией*.

Пусть  $W_\uparrow$  — вероятность перехода в единицу времени одного атома с уровня  $N_+$  на уровень  $N_-$  под влиянием этого взаимодействия,  $W_\downarrow$  — вероятность обратного перехода. Тогда в отсутствие высокочастотного поля для скорости изменения населенности  $N_+$  можно записать

$$\frac{dN_+}{dt} = N_- W_\downarrow - N_+ W_\uparrow. \quad (8)$$

При достижении теплового равновесия  $\frac{dN_+}{dt} = 0$  и

$$\frac{W_\uparrow}{W_\downarrow} = \frac{N_-^0}{N_+^0}. \quad (9)$$

Используя (4), (5) и (9) уравнение (8) нетрудно преобразовать к виду

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n_0 - n}{T_1}, \quad (10)$$

где

$$n_0 = N \left( \frac{W_\downarrow - W_\uparrow}{W_\downarrow + W_\uparrow} \right) = N_+^0 - N_-^0$$

— равновесная разность населенностей, скорость установления которой характеризуется величиной

$$T_1 = \frac{1}{W_\uparrow + W_\downarrow},$$

называемой *временем спин-решеточной релаксации*. Например, процесс намагничивания изначально ненамагниченного образца дается решением (10) с начальным условием  $n(0) = 0$ :

$$n = n_0 \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right).$$

При учёте как тепловых процессов, так и воздействия переменного поля при помощи (6) и (10) получим выражение для полной скорости изменения разности населенностей:

$$\frac{dn}{dt} = -2Wn + \frac{n_0 - n}{T_1}.$$

В стационарном состоянии  $\frac{dn}{dt} = 0$  и

$$n = \frac{n_0}{1 + 2WT_1}. \quad (11)$$

До тех пор, пока  $2WT_1 \ll 1$ ,  $n \simeq n_0$  и воздействие внешнего переменного поля практически не нарушает равновесных населенностей. Скорость поглощения энергии (7) при учёте (11) дается выражением

$$\frac{dE}{dt} = n\hbar\omega_0 W = \frac{n_0\hbar\omega_0 W}{1 + 2WT_1}. \quad (12)$$

Ниже будет показано, что вероятность  $W$  пропорциональна квадрату амплитуды переменного магнитного поля  $H_1^2$ .<sup>2</sup>

Тогда, повышая амплитуду переменного поля, можно увеличивать и поглощаемую мощность. До тех пор, пока  $WT_1 \ll 1$ ,

$$\frac{dE}{dt} = n\hbar\omega_0 W \simeq n_0\hbar\omega_0 W \propto H_1^2. \quad (13)$$

Однако с ростом  $W$  рост поглощаемой мощности замедляется и при  $WT_1 \gg 1$  стремится к постоянной величине  $\frac{dE}{dt} = \frac{n_0\hbar\omega_0}{2T_1}$ . Этот эффект

---

<sup>2</sup>Оператор  $\hat{F}_0$  для возмущения электромагнитным полем в нашем случае имеет вид  $\hat{F}_0 = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{H}_1 \propto H_1$ , где  $H_1$  — амплитуда переменного магнитного поля. Отсюда следует  $W \propto |\langle \varphi | \hat{F}_0 | \psi \rangle|^2 \propto H_1^2$  (см. сноску 1 на с. 5)

называется *насыщением*. Наблюдая его, можно, зная  $W$ , оценить  $T_1$ . Степень насыщения характеризуется величиной

$$Z = \frac{1}{1 + 2WT_1}, \quad (14)$$

называемой *фактором насыщения*.

### 3. Магнитная восприимчивость

При помещении образца, в состав которого входят атомы, обладающие магнитным моментом, во внешнее постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}_0$  он намагничивается. Степень намагниченности характеризуется величиной магнитного момента, приходящегося на единицу объема образца, — *намагниченностью*  $M$ . Для изотропных парамагнитных веществ намагниченность направлена по полю и ее величина равна [1]

$$M_0 = \frac{N}{V} \cdot \langle \mu_z \rangle = \frac{N}{V} \cdot \frac{\sum_{m_j=-j}^{m_j=j} g_j \mu_B m_j \exp\left(\frac{g_j \mu_B m_j H_0}{k_B T}\right)}{\sum_{m_j=-j}^{m_j=j} \exp\left(\frac{g_j \mu_B m_j H_0}{k_B T}\right)} = \frac{N}{V} g_j \mu_B j \cdot B_j(x), \quad (15)$$

где  $\frac{N}{V}$  — число магнитных атомов в единице объема, и введено обозначение

$$x = \frac{g_j \mu_B j H_0}{k_B T}, \quad (16)$$

а

$$B_j(x) = \frac{2j+1}{2j} \cdot \operatorname{cth}\left(\frac{2j+1}{2j}x\right) - \frac{1}{2j} \cdot \operatorname{cth}\left(\frac{x}{2j}\right)$$

— функция Бриллюэна. Для не слишком низких температур и не слишком больших магнитных полей, когда  $|x| \ll 1$ , выражение (15) для намагниченности  $M_0$  приводится к виду

$$M_0 = \frac{j(j+1)g_j^2 \mu_B^2}{3k_B T} \cdot \frac{N}{V} H_0 = \chi_0 H_0. \quad (17)$$

Величина, равная коэффициенту пропорциональности между напряженностью магнитного поля и вызванной им намагниченностью, называется статической *магнитной восприимчивостью*. Зависимость от температуры вида  $\chi_0 = \frac{C}{T}$  называется законом *Кюри*. Заметим, что

условие  $|x| \ll 1$  не слишком жесткое. Из (16) видно, что  $|x| \approx \frac{10^{-20} H_0}{10^{-16} T} \approx 10^{-4} \frac{H_0 [\text{Гс}]}{T [\text{К}]}$ , так что даже для приличного по величине поля  $H_0 \approx 10^4$  Гс условие  $|x| \ll 1$  останется верным почти до гелиевых температур порядка нескольких градусов Кельвина.

При рассмотрении системы ядер здесь и ниже в формулах для намагниченности, восприимчивости, заселенности уровней и в других формулах необходимо использовать соответствующие ядерные величины для магнетона Бора,  $g$ -фактора и полного момента  $j$ .

Для описания линейного отклика системы при приложении высокочастотного электромагнитного поля необходимо учитывать, что намагниченность образца не будет мгновенно следовать за изменением переменного поля и будет отставать по фазе. Для удобства описания в этой ситуации вводят *комплексную магнитную восприимчивость*

$$\chi = \chi' - i\chi'',$$

где  $\chi'$  и  $\chi''$  — соответственно действительная и мнимая ее части, а  $i$  — мнимая единица.

Пусть переменное магнитное поле направлено по оси  $x$  и равно

$$H_x = 2H_1 \cos \omega t. \quad (18)$$

Его можно представить как действительную часть от комплексной функции

$$H_x^c = 2H_1 \exp(i\omega t),$$

а намагниченность как действительную часть от комплексной функции

$$M_x^c = \chi H_x^c. \quad (19)$$

Тогда

$$\begin{aligned} M_x &= \text{Re } M_x^c = \text{Re } [\chi H_x^c] = 2H_1 \text{Re } [(\chi' - i\chi'')(\cos \omega t + i \sin \omega t)] = \\ &= 2H_1(\chi' \cos \omega t + \chi'' \sin \omega t). \end{aligned} \quad (20)$$

Отсюда видно, что действительная часть восприимчивости  $\chi'$  определяет намагниченность, изменяющуюся в *фазе* с переменным магнитным полем, а мнимая ее часть  $\chi''$  — намагниченность, *отстающую* по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ .

Изменим в выражении (18) знак перед частотой. Формула (20) примет вид  $M_x^- = 2H_1(\chi'(-\omega) \cos(-\omega t) + \chi''(-\omega) \sin(-\omega t))$ . Но  $M_x^- = M_x$ , т. к. изменение знака в (18) не изменяет приложенного поля. Отсюда следует, что  $\chi'(-\omega) = \chi'(\omega)$  и  $\chi''(-\omega) = -\chi''(\omega)$  и, таким образом, действительная часть восприимчивости является четной функцией частоты, а мнимая ее часть — нечетной.

#### 4. Поглощение энергии высокочастотного электромагнитного поля, связь с магнитной восприимчивостью

Из курса электричества известно [2], что дифференциал плотности энергии тела, помещенного в магнитное поле, определяется соотношением

$$dE = \frac{\mathbf{H}d\mathbf{B}}{4\pi} = \frac{\mathbf{H}d(\mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M})}{4\pi} = \frac{\mathbf{H}d\mathbf{H}}{4\pi} + \mathbf{H}d\mathbf{M}.$$

Первый член описывает энергию магнитного поля в вакууме и поэтому при вычислении энергии, затрачиваемой на перемагничивание образца, может быть опущен. Тогда в нашем случае для средней поглощаемой в единицу времени в единице объёма образца энергии, учитывая (18) и (20), можно записать

$$\begin{aligned} P &= \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \frac{1}{T} \int_0^T H_x \frac{dM_x}{dt} dt = \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (2H_1)^2 \omega \cos \omega t (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t) dt = 2\omega H_1^2 \chi''. \end{aligned} \quad (21)$$

Таким образом, поглощаемая образцом в переменном магнитном поле мощность пропорциональна *квадрату амплитуды* поля и определяется только *мнимой* частью магнитной восприимчивости.

Теперь найдём выражение для поглощаемой мощности, рассматривая переходы между  $2j+1$  уровнями атома, помещенного в постоянное магнитное поле, под действием переменного магнитного поля. В равновесии разность населенностей соседних  $m_j$ -го и  $(m_j+1)$ -го уровней с учётом бoльцмановского распределения вероятности заполнения уровней равна

$$n_0(m_j) = N \frac{\exp\left(\frac{g_j \mu_B m_j H_0}{k_B T}\right) - \exp\left(\frac{g_j \mu_B (m_j + 1) H_0}{k_B T}\right)}{\sum_{m_j=-j}^{m_j=j} \exp\left(\frac{g_j \mu_B m_j H_0}{k_B T}\right)}. \quad (22)$$

При условии

$$|x| = \left| \frac{g_j \mu_B j H_0}{k_B T} \right| \ll 1$$

показатели в экспонентах малы, и выражение (22) приводится к виду, независящему от  $m_j$ :

$$n_0(m_j) = -N \cdot \frac{g_j \mu_B H_0}{(2j+1)k_B T} = n_0,$$

или, с учётом резонансного условия (2)  $\hbar\omega_0 = \Delta E = |g_j \mu_B H_0|$ ,

$$n_0 = N \cdot \frac{\hbar\omega_0}{(2j+1)k_B T}.$$

При каждом переходе с нижнего на верхний уровень поглощается квант энергии  $\hbar\omega$ , близкий, но не обязательно равный кванту  $\hbar\omega_0$  (в силу конечной энергетической ширины уровней). Тогда в отсутствие насыщения, согласно (13), энергия, поглощаемая в единицу времени при переходах между двумя соседними уровнями равна

$$\left( \frac{dE}{dt} \right)_{m_j} = \frac{N \hbar^2 \omega_0 \omega}{(2j+1)k_B T} \cdot W_{m_j}. \quad (23)$$

Выражение для  $W_{m_j}$  получено в нестационарной теории возмущений [3]. В соответствии с *золотым правилом Ферми* вероятность перехода в единицу времени из состояния, описываемого волновой функцией  $\psi_i$ , в состояние, описываемое волновой функцией  $\psi_f$ , под действием гармонического возмущения  $\hat{F}(t) = 2\hat{F}_0 \cos \omega t$  дается формулой

$$W_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int \psi_f^* \hat{F}_0 \psi_i dV \right|^2 f(E_f) |_{E_f=E_i+\hbar\omega}. \quad (24)$$

Здесь  $\left| \int \psi_f^* \hat{F}_0 \psi_i dV \right|^2$  — квадрат матричного элемента возмущения  $\hat{F}_0$ . Для магнитного момента  $\boldsymbol{\mu}$ , находящегося под действием линейно поляризованного поля  $2\mathbf{H}_1 \cos \omega t$ , это возмущение имеет вид

$$\hat{F}_0 = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{H}_1 = -g_j \mu_B \mathbf{j} \mathbf{H}_1.$$

Квадрат матричного элемента при переходе между состояниями атома с  $m'_j$  и  $m_j$  отличен от нуля только при  $m'_j = m_j \pm 1$  и принимает максимальное значение, если  $\mathbf{H}_1$  лежит в плоскости  $xy$ , перпендикулярной постоянному магнитному полю  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_{0z}$ . Пусть, как и раньше (18),  $\mathbf{H}_1$  направлено по оси  $x$ :  $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_{1x}$ . Тогда [3]

$$\begin{aligned} \left| \int \psi_f^* \hat{F}_0 \psi_i dV \right|^2 &= (H_1 g_j \mu_B)^2 \left| \int \psi_{m_j \pm 1}^* \hat{j}_x \psi_{m_j} dV \right|^2 = \\ &= (H_1 g_j \mu_B)^2 \frac{j(j+1) - m_j(m_j \pm 1)}{4}. \end{aligned} \quad (25)$$

(Если угол  $\vartheta$  между  $\mathbf{H}_1$  и  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_{0z}$  отличен от прямого, то вместо  $H_1$  в этой формуле следует писать  $H_1 \sin \vartheta$ . Это означает, что переходы в данном случае индуцируются только под действием компоненты переменного поля  $\mathbf{H}_1$ , лежащей в плоскости, перпендикулярной постоянному магнитному полю.) Из формулы (25) автоматически следуют используемое выше равенство  $W_+ = W_- = W$  и зависимость  $W \propto H_1^2$ . Величина  $f(E_f)$  — энергетическая плотность вероятности состояний на верхнем (если речь идет о поглощении энергии) уровне. Условие ее нормировки  $\int_0^\infty f(E_f) dE = 1$ . В нашем случае функция  $f(E_f)|_{E_f=E_i+\hbar\omega}$  переходит в  $f(\hbar\omega - \hbar\omega_0)$ . Её появление связано с конечной энергетической шириной уровней, обусловленной различными причинами, в том числе конечным временем жизни уровней, разбросом постоянных полей в местах нахождения атомов, взаимодействием спинов между собой и со спинами ядер и прочими причинами. Все это приводит в итоге к расширению резонансной линии поглощения. В отсутствие этих эффектов  $f(\hbar\omega - \hbar\omega_0)$  была бы равна  $\delta$ -функции от  $(\hbar\omega - \hbar\omega_0)$ . Используя (25), получим формулу для  $W_{m_j}$ :

$$W_{m_j} = \frac{2\pi}{\hbar} (H_1 g_j \mu_B)^2 \frac{j(j+1) - m_j(m_j \pm 1)}{4} f(\hbar\omega - \hbar\omega_0). \quad (26)$$

Теперь, принимая во внимание (23) и (26), можно вычислить полную мощность, поглощаемую в единице объёма при переходах  $m_j \Rightarrow m_j + 1$  между всеми соседними уровнями:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{V} \sum_{m_j=-j}^{j-1} \left( \frac{dE}{dt} \right)_{m_j} = \\ &= \frac{N}{V} \frac{\hbar^2 \omega \omega_0}{(2j+1) k_B T} \cdot \frac{2\pi}{\hbar} (H_1 g_j \mu_B)^2 \times \\ &\quad \times \frac{1}{4} \sum_{m_j=-j}^{j-1} (j(j+1) - m_j(m_j+1)) \cdot f(\hbar\omega - \hbar\omega_0). \end{aligned}$$

Сумма в этом выражении равна:  $\sum_{m_j=-j}^{j-1} (j(j+1) - m_j(m_j+1)) = \frac{2j(j+1)(2j+1)}{3}$ .

Переходя от энергетической плотности состояний к плотности состояний по частотам  $f(\hbar\omega - \hbar\omega_0) = f(\omega - \omega_0) \frac{d\omega}{d(\hbar\omega)} = \frac{f(\omega - \omega_0)}{\hbar}$ , получим

$$P = 2\omega H_1^2 \cdot \frac{j(j+1)g_j^2\mu_B^2}{3k_B T} \cdot \frac{N}{V} \cdot \omega \frac{\pi}{2} f(\omega - \omega_0) = 2\omega H_1^2 \cdot \chi_0 \cdot \frac{\pi\omega_0}{2} f(\omega - \omega_0). \quad (27)$$

Сравнивая (27) и (21), получаем выражение для мнимой части магнитной восприимчивости

$$\chi'' = \chi_0 \cdot \frac{\pi\omega_0}{2} f(\omega - \omega_0). \quad (28)$$

Функцию  $f(\omega - \omega_0)$  называют *функцией формы* линии.

## 5. Движение гиромагнитного волчка в магнитном поле. Классическое рассмотрение

Характер движения атома, обладающего полным угловым моментом  $\mathbf{J} = \hbar\mathbf{j}$  и соответствующим ему магнитным моментом (1)  $\boldsymbol{\mu} = \gamma\mathbf{J} = g_j\mu_B\mathbf{j}$ , помещенного во внешнее магнитное поле, которое в общем случае зависит от времени, можно описать, рассматривая его как классический гиромагнитный волчок. В магнитном поле  $\mathbf{H}_0$  на магнитный момент  $\boldsymbol{\mu}$  действует момент сил  $[\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{H}_0]$ , и уравнение движения имеет вид

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = [\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{H}_0].$$

Умножая обе части на  $\gamma$  и учитывая (1), получим уравнение движения магнитного момента:

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = [\boldsymbol{\mu} \times \gamma\mathbf{H}_0]. \quad (29)$$

Рассмотрим движение вектора  $\boldsymbol{\mu}$  в системе координат  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ , вращающейся относительно лабораторной системы координат с угловой скоростью  $\boldsymbol{\Omega}$ . Для произвольного вектора

$$\mathbf{F} = \mathbf{i}F_i + \mathbf{j}F_j + \mathbf{k}F_k,$$

$$\frac{d\mathbf{F}}{dt} = \mathbf{i}\frac{dF_i}{dt} + \mathbf{j}\frac{dF_j}{dt} + \mathbf{k}\frac{dF_k}{dt} + F_i\frac{d\mathbf{i}}{dt} + F_j\frac{d\mathbf{j}}{dt} + F_k\frac{d\mathbf{k}}{dt}, \quad (30)$$

для любого из вращающихся единичных векторов

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{i}]$$

и (30) приобретает вид

$$\frac{d\mathbf{F}}{dt} = \frac{\delta\mathbf{F}}{\partial t} + [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{F}], \quad (31)$$

где через  $\frac{\delta\mathbf{F}}{\partial t}$  обозначена скорость изменения вектора  $\mathbf{F}$  во времени относительно вращающейся системы координат  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ . С учетом (31) и (29) уравнение движения магнитного момента  $\boldsymbol{\mu}$  во вращающейся системе координат можно записать в виде

$$\frac{\delta\boldsymbol{\mu}}{\partial t} = [\boldsymbol{\mu} \times (\gamma\mathbf{H}_0 + \boldsymbol{\Omega})] = \left[ \boldsymbol{\mu} \times \gamma \left( \mathbf{H}_0 + \frac{\boldsymbol{\Omega}}{\gamma} \right) \right]. \quad (32)$$

Уравнение (32) показывает, что движение момента  $\boldsymbol{\mu}$  во вращающейся системе координат будет таким же, как и в лабораторной системе координат при замене магнитного поля  $\mathbf{H}_0$  на некоторое эффективное поле:

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_0 + \frac{\boldsymbol{\Omega}}{\gamma}.$$

Если выбрать  $\boldsymbol{\Omega}$  так, чтобы  $\mathbf{H}_{\text{eff}} = 0$ , то есть

$$\boldsymbol{\Omega} = -\gamma\mathbf{H}_0 = \boldsymbol{\omega}_L,$$

то получим  $\frac{\delta\boldsymbol{\mu}}{\partial t} = 0$ . Это означает, что в данной системе координат вектор  $\boldsymbol{\mu}$  будет неподвижен.<sup>3</sup> При этом в лабораторной системе координат вектор  $\boldsymbol{\mu}$  будет вращаться относительно магнитного поля  $\mathbf{H}_0$  с угловой скоростью  $\boldsymbol{\omega}_L = -\gamma\mathbf{H}_0$ . Такое движение вектора  $\boldsymbol{\mu}$  называется *ларморовской прецессией*, а частота  $\omega_L = -\gamma H_0 > 0$  — *ларморовской частотой*. Если же  $\mathbf{H}_{\text{eff}} \neq 0$ , то движение вектора  $\boldsymbol{\mu}$  представляет из себя ларморовскую прецессию в эффективном поле  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  (с частотой  $\boldsymbol{\Omega}_{\text{eff}} = -\gamma\mathbf{H}_{\text{eff}}$ ) относительно вращающейся с частотой  $\boldsymbol{\omega}_L = -\gamma\mathbf{H}_0$  системы координат.

Пусть для определенности поле  $\mathbf{H}_0$  направлено по оси  $\mathbf{z}$  лабораторной системы координат:  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_{0z}$ . Добавим к нему поле  $\mathbf{H}_1$ , направленное перпендикулярно оси  $\mathbf{z}$  и вращающееся вокруг этой оси с

<sup>3</sup>Такое поведение вектора  $\boldsymbol{\mu}$  во вращающейся системе координат является одним из проявлений более общей теоремы Лармора, которая состоит в том, что при достаточно медленном включении магнитного поля  $\mathbf{H}_0$  система движущихся зарядов сохраняет неизменным характер своего движения в системе координат, вращающейся с угловой скоростью  $\boldsymbol{\omega}_L = -\gamma\mathbf{H}_0$ . Достаточно медленное включение магнитного поля подразумевает, что переход в новое состояние при изменении магнитного поля происходит настолько медленно, что возникающие при этом вихревые индукционные электрические поля оказываются существенно меньшими по сравнению с характерными меж- и внутриатомными полями, определяющими исходное движение зарядов.

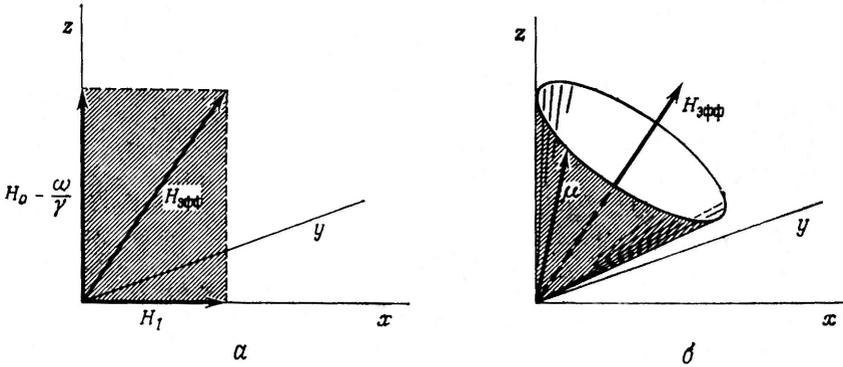


Рис. 2. Эффективное поле (а) и движение момента  $\mu$  во вращающейся системе координат (б)

угловой скоростью  $\omega$  (см. рис. 2). Во вращающейся с той же скоростью системе координат вектор  $\mathbf{H}_1$  будет неподвижным, и эффективное поле будет равно

$$\mathbf{H}_{\text{эфф}} = \mathbf{H}_0 + \frac{\omega}{\gamma} + \mathbf{H}_1. \quad (33)$$

В этой системе координат вектор  $\mu$  будет прецессировать относительно вектора  $\mathbf{H}_{\text{эфф}}$ . В силу того, что  $\mathbf{H}_{\text{эфф}}$  в соответствии с (33) не совпадает по направлению с  $\mathbf{H}_0$ , при такой прецессии будет периодически изменяться угол между  $\mu$  и  $\mathbf{H}_0$ . При условии  $\mathbf{H}_0 = -\frac{\omega}{\gamma}$  имеем  $\mathbf{H}_{\text{эфф}} = \mathbf{H}_1$  и амплитуда и изменений этого угла становится максимальной. Если в начальный момент вектор  $\mu$  был направлен по полю  $\mathbf{H}_0$ , то включение даже небольшого по величине поля  $\mathbf{H}_1$  приведет к периодическому опрокидыванию магнитного момента на  $180^\circ$ . Этот эффект носит *резонансный* характер — независимо от величины  $\mathbf{H}_1$  опрокидывание происходит при точном выполнении соотношения

$$\omega = \omega_L = -\gamma \mathbf{H}_0. \quad (34)$$

## 6. Уравнения Блоха

Переходя к системе, состоящей из большого числа взаимодействующих между собой и с окружающей решеткой атомов, удобнее оперировать не с магнитными моментами отдельных частиц, а с намагниченностью — векторной суммой всех магнитных моментов единицы

объёма системы

$$\mathbf{M} = \sum_{\text{ед.объёма}} \boldsymbol{\mu}_i.$$

Производя суммирование в обеих частях (29), получим уравнение для движения намагниченности

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = [\mathbf{M} \times \gamma \mathbf{H}_0]. \quad (35)$$

В состоянии, когда система магнитных моментов находится в равновесии с решеткой, намагниченность параллельна магнитному полю и равна

$$\mathbf{M}_0 = \chi_0 \mathbf{H}_0.$$

Предположим, что каким-то образом были получены неравновесные величина и направление вектора намагниченности (например, при быстром изменении вектора  $\mathbf{H}_0$ ). В отсутствие взаимодействия магнитных моментов друг с другом и с решеткой в новом состоянии неравновесная намагниченность  $\mathbf{M}$ , как и составляющие ее отдельные моменты, будут прецессировать в измененном поле  $\mathbf{H}_0$ , причем как величина намагниченности, так и угол между намагниченностью и полем будут оставаться неизменными. Энергия спиновой системы в магнитном поле

$$E = -\mathbf{M}\mathbf{H}_0 = -M_z H_0$$

определяется проекцией намагниченности на поле  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_{0z}$  и будет также оставаться постоянной. При «включении» взаимодействия с решеткой индивидуальные магнитные моменты  $\boldsymbol{\mu}_i$ , образующие намагниченность, получают возможность менять свою ориентацию относительно магнитного поля — их распределение по возможным проекциям на магнитное поле будет стремиться к равновесному. В результате к равновесному значению придет и  $z$ -компонента намагниченности  $M_z$ . Закон, по которому устанавливается равновесная населенность уровней (10), был установлен ранее. Установление равновесного значения  $M_z$  есть результат установления равновесной населенности уровней, поэтому закон, по которому устанавливается  $M_z$ , будет аналогичным:

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{M_0 - M_z}{T_1}. \quad (36)$$

Время спин-решеточной релаксации  $T_1$  иногда называют временем *продольной* релаксации, поскольку оно определяет изменение компоненты намагниченности, параллельной постоянному магнитному полю.

Учтем теперь взаимодействие отдельных магнитных моментов друг с другом. В результате этого взаимодействия энергия решетке не передается, откуда следует, что  $M_z$ -компонента остается неизменной, а изменяется лишь компонента, перпендикулярная полю —  $M_{\perp}$ , — при приближении к равновесию она стремится к нулю. Обычно этот процесс происходит намного быстрее первого  $T_2 \ll T_1$ . Обусловлен он в основном двумя причинами. Первая состоит в том, что каждый магнитный момент находится в локальном поле, вклад в которое, помимо внешнего поля, вносят и поля от магнитных моментов соседних атомов. Эти поля векторно добавляются к внешнему полю, изменяя его, может быть, и незначительно, но довольно хаотически: в одних случаях увеличивая, в других уменьшая. Таким образом, индивидуальные магнитные моменты  $\mu_i$  прецессируют в различных магнитных полях с отличающимися частотами, что приводит к потере фазовой когерентности между ними и, следовательно, к постепенному уменьшению поперечной компоненты намагниченности. Разброс ларморовских частот может быть вызван также недостаточной однородностью постоянного внешнего поля  $\mathbf{H}_0$ , локальными изменениями магнитомеханического отношения  $\gamma$ , обусловленными дефектами кристаллического окружения, и другими причинами. Характерное время потери когерентности вследствие этих причин обозначим  $\tau'_{ss}$ .

К потере фазовой когерентности приводит не только рассмотренная выше неоднородность магнитного поля. Прецессирующий с ларморовской частотой  $\omega = \omega_L = -\gamma H_0$  магнитный момент создает в местах нахождения соседних магнитных моментов переменное магнитное поле той же частоты. Это магнитное поле является резонансным для них: они прецессируют с той же частотой! (вспомним, что условием резонанса является совпадение частоты прецессии с частотой переменного поля (34)). При резонансе происходит переворот (опрокидывание) магнитных моментов. В результате один магнитный момент теряет, а другой получает квант энергии  $\hbar\omega_L$ . Суммарное значение  $M_z$  в результате такого обмена энергией не изменяется, а полные значения  $M_x$ ,  $M_y$  и  $M_{\perp}$ , наоборот, не сохраняются. Это связано с тем, что относительные фазы прецессии участвующих в данном процессе магнитных моментов после обмена энергией не сохраняются и устанавливаются произвольно. Характерное время потери когерентности, обусловленное взаимным переверачиванием магнитных моментов, обозначим  $\tau_{ss}$ .

Рассмотренное выше взаимодействие с решеткой также приводит к потере фазовой когерентности. В результате при учёте всех указанных процессов время *поперечной* спин-спиновой релаксации  $T_2$  может быть

представлено в виде

$$\frac{1}{T_2} \simeq \frac{1}{\tau_{ss}} + \frac{1}{\tau'_{ss}} + \frac{1}{T_1}. \quad (37)$$

Из (37) видно, что соотношение

$$T_2 \leq T_1$$

должно выполняться всегда.

Следуя Блоху, предположим, что процесс релаксации поперечных компонент намагниченности  $M_x$  и  $M_y$  подчиняется уравнениям, подобным (36):

$$\frac{dM_x}{dt} = -\frac{M_x}{T_2}, \quad \frac{dM_y}{dt} = -\frac{M_y}{T_2}. \quad (38)$$

Объединяя уравнения (36) и (38) с уравнением, определяющим изменение намагниченности под действием момента сил (35), получаем

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = [\mathbf{M} \times \gamma \mathbf{H}_0] - \mathbf{x} \frac{M_x}{T_2} - \mathbf{y} \frac{M_y}{T_2} + \mathbf{z} \frac{M_0 - M_z}{T_1}. \quad (39)$$

Это уравнение остается верным и в том случае, когда присутствует зависящее от времени поле  $\mathbf{H}_1$ , *слабое* по сравнению с  $\mathbf{H}_0$ . Для вращающегося в сторону правого винта в плоскости  $xy$  поля  $\mathbf{H}_1$  можно записать:

$$\mathbf{H}_{1R} = \mathbf{x}H_1 \cos \omega t + \mathbf{y}H_1 \sin \omega t. \quad (40)$$

В эксперименте, как правило, используется линейно осциллирующее поле (18)  $H_x = 2H_1 \cos \omega t$ , состоящее из двух круговых составляющих, вращающихся в противоположные стороны: в правую (40) и левую. Выражение для круговой составляющей, вращающейся в плоскости  $xy$  в сторону левого винта, отличается от (40) знаком перед  $\omega$ :

$$\mathbf{H}_{1L} = \mathbf{x}H_1 \cos(-\omega t) + \mathbf{y}H_1 \sin(-\omega t). \quad (41)$$

Заменив в (39) поле  $\mathbf{H}_0$  на

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{1R} \equiv \mathbf{z}H_{0z} + \mathbf{x}H_1 \cos \omega t + \mathbf{y}H_1 \sin \omega t \quad (42)$$

и проецируя на оси координат, получим *уравнения Блоха*:

$$\begin{aligned} \frac{dM_x}{dt} &= \gamma (M_y H_{0z} - M_z H_1 \sin \omega t) - \frac{M_x}{T_2}, \\ \frac{dM_y}{dt} &= \gamma (M_z H_1 \cos \omega t - M_x H_{0z}) - \frac{M_y}{T_2}, \\ \frac{dM_z}{dt} &= \gamma (M_x H_1 \sin \omega t - M_y H_1 \cos \omega t) + \frac{M_0 - M_z}{T_1}. \end{aligned} \quad (43)$$

Установившееся стационарное решение этих уравнений (стационарность в нашем случае означает  $\frac{dM_z}{dt} = 0$  и  $M_z = \text{const}$ ) имеет вид

$$\begin{aligned} M_z &= \chi_0 H_{0z} \frac{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}, \\ M_x &= \frac{1}{2} \chi_0 \omega_0 T_2 \frac{2H_1 [T_2(\omega_0 - \omega) \cos \omega t + \sin \omega t]}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}, \\ M_y &= \frac{1}{2} \chi_0 \omega_0 T_2 \frac{2H_1 [T_2(\omega_0 - \omega) \sin \omega t - \cos \omega t]}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}, \end{aligned} \quad (44)$$

где введено обозначение  $\omega_0 = -\gamma H_{0z}$ .

Видно, что это решение можно представить как прецессию вектора намагниченности с вынужденной частотой  $\omega$  под углом  $\theta$  к оси  $\mathbf{z}$  таким, что

$$\text{tg } \theta = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{M_z} = -\frac{\gamma H_1 T_2}{\sqrt{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2}}.$$

Для обычных экспериментальных условий  $|\gamma H_1 T_2| \ll 1$ , так что даже в резонансе при  $\omega = \omega_0$  угол  $\theta$  очень мал. Из сравнения (44) с (20) ( $M_x = 2H_1(\chi' \cos \omega t + \chi'' \sin \omega t)$ ) видно, что (пока без учёта вклада от левовращающегося поля, его мы учтем ниже) для магнитных восприимчивостей  $\chi'$  и  $\chi''$  можно записать

$$\begin{aligned} \chi' &= \frac{1}{2} \chi_0 \omega_0 T_2 \frac{T_2(\omega_0 - \omega)}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}, \\ \chi'' &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\chi_0 \omega_0 T_2}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}. \end{aligned} \quad (45)$$

Как показано выше (формула (21)  $P = \langle \frac{dE}{dt} \rangle = 2\omega H_1^2 \chi''$ ), скорость поглощения энергии переменного поля определяется мнимой частью восприимчивости  $\chi''$ . В резонансе, когда  $\omega = \omega_0$ , скорость поглощения в соответствии с (45) равна величине  $\frac{\chi_0 T_2 \omega_0^2 H_1^2}{1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}$ . Теперь из сравнения с формулой (12) ( $\frac{dE}{dt} = \frac{n_0 \hbar \omega_0 W}{1 + 2W T_1}$ ) видно, что насыщение определяется величиной  $\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2$ . Если

$$\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 \ll 1,$$

то насыщение отсутствует и рассматриваемая система *линейная*. Линейной называется система, для которой намагниченность, создаваемая двумя одновременно действующими полями, равна сумме намагниченностей, создаваемых каждым из этих полей в отдельности. В отсутствие насыщения восприимчивости (45) не зависят от поля  $H_1$  что,

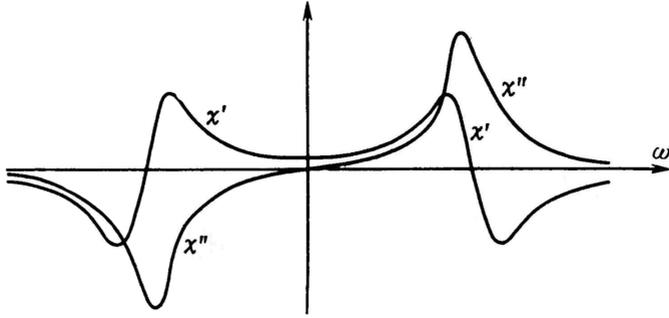


Рис. 3. Графики вещественной и мнимой частей восприимчивости  $\chi(\omega)$

в соответствии с (19), и означает линейность системы. Заметим, что в отсутствие насыщения, согласно (44), продольная компонента намагниченности равна своему равновесному значению  $M_z = \chi_0 H_{0z} = M_{0z}$ .

Учтем теперь вклад в переменную намагниченность, вносимый добавкой к полю (42) левовращающейся компонентой переменного поля (41). В силу линейности системы в отсутствие насыщения это приведет к появлению в выражениях для переменной намагниченности дополнительных слагаемых, отличающихся от полученных ранее знаком перед частотой  $\omega$ . В результате получим для восприимчивости следующие выражения:

$$\begin{aligned} \chi' &= \frac{1}{2} \chi_0 \omega_0 T_2 \left( \frac{T_2(\omega_0 - \omega)}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2} + \frac{T_2(\omega_0 + \omega)}{1 + T_2^2(\omega_0 + \omega)^2} \right), \\ \chi'' &= \frac{1}{2} \chi_0 \omega_0 T_2 \left( \frac{1}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2} - \frac{1}{1 + T_2^2(\omega_0 + \omega)^2} \right). \end{aligned} \quad (46)$$

Графики кривых (46) приведены на рис. 3. График мнимой части  $\chi''(\omega)$ , определяющей поглощение, имеет вблизи  $\omega = \pm\omega_0$  экстремумы, указывающие на резонансный характер этого процесса. Для не очень широких максимумов, когда рассматривая, например, максимум при  $\omega = +\omega_0$ , можно пренебречь вкладом от вторых членов в (46), полуширина на полувывоте определяется выражением  $\Delta\omega_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{T_2}$ . При этом критерий остроты максимума состоит в том, чтобы  $\Delta\omega_{\frac{1}{2}} \ll \omega_0$  или, что одно и то же,  $T_2\omega_0 \gg 1$ . Кривые (46) без учёта вторых членов называются лоренцевыми кривыми и часто встречаются в теории затухающего осциллятора. Лоренцевый вид резонансной кривой получается в ней, как и у нас, в предположении об экспоненциальном характере релаксационных процессов. Экспериментально зачастую по-

лучаются кривые поглощения, имеющие более общую форму и заметно отличающиеся от лоренцевой кривой. Так, например, процессы неоднородного уширения, обусловленные разбросом ларморовских частот различных магнитных моментов в образце, чаще приводят к гауссовой форме кривой поглощения вида  $\chi'' \propto \exp\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2(\Delta\omega)^2}\right]$ , где  $\Delta\omega$  — некоторая характерная ширина пика порядка разброса ларморовских частот.

Проведем сравнение результатов квантово-механического и классического подходов. При использовании формулы (28), связывающей мнимую часть магнитной восприимчивости со статической восприимчивостью и функцией формы линии, необходимо помнить, что получена она была в предположении отсутствия насыщения — населенности уровней считались равновесными. Кроме того, вероятность перехода в единицу времени  $W_{if}$  в формуле (24) получена в [3] при учёте лишь правовращающейся компоненты переменного поля (40). Отсюда следует, что для корректного сравнения восприимчивостей необходимо использовать формулы (45) (а не (46)), в которых нужно пренебречь членом  $\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2$ . При учете сделанных замечаний из сравнения (28) и (45) получаем выражение для функции формы линии:

$$f(\omega - \omega_0) = \frac{T_2}{\pi} \cdot \frac{1}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2}. \quad (47)$$

Непосредственное интегрирование (47) показывает что, по крайней мере, для не очень широких линий, когда сама формула корректна, функция формы нормирована:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty f(\omega - \omega_0) d\omega &= \frac{T_2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\omega}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2} = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\omega_0 T_2}^\infty \frac{dy}{1 + y^2} \simeq \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{dy}{1 + y^2} = \frac{1}{\pi} \arctg y \Big|_{-\infty}^\infty = 1. \quad (48) \end{aligned}$$

Еще раз подчеркнем, лоренцевый вид функции формы (47) получен в предположении об экспоненциальном характере релаксационных процессов и замечания предыдущего абзаца остаются в силе.

Для проверки справедливости (28) (и (47)) можно воспользоваться соотношениями Крамерса–Кронига (см., например, [4]), полученными для *линейных* систем и связывающими действительную и мнимую ча-

сти магнитной восприимчивости:

$$\chi'(\omega) - \chi'(\infty) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi''(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega',$$

$$\chi''(\omega) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi'(\omega') - \chi'(\infty)}{\omega' - \omega} d\omega'.$$

Здесь символ  $\mathcal{P}$  перед интегралом означает, что его необходимо брать в смысле главного значения (т. е. рассматривать интеграл как предел суммы интегралов  $\int_{-\infty}^{\omega-R}$  и  $\int_{\omega+R}^{\infty}$  при одновременном стремлении к нулю величины  $R$  в обоих интегралах). Для узких резонансных линий при выполнении  $\chi'(\infty) = 0$  (в нашем случае это условие обычно хорошо выполняется вследствие конечной инерционности системы) статическая восприимчивость

$$\begin{aligned} \chi_0 = \chi'(0) &= \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi''(\omega') d\omega'}{\omega'} = \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\chi''(\omega') d\omega'}{\omega'} \simeq \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\chi''(\omega') d\omega'}{\omega_0}. \end{aligned} \quad (49)$$

Здесь учтено, что полная, т. е. при учёте обеих вращательных компонент переменного поля, мнимая часть магнитной восприимчивости является нечетной функцией частоты  $\omega$  (см., например, выражение (46) и рис. 3). Прямая подстановка выражения для  $\chi''$  из (28) в (49) с учётом нормированности функции формы (48) показывает, что полученные нами результаты удовлетворяют соотношениям Крамерса—Кронига.

На практике мнимая и действительная части магнитной восприимчивости обычно регистрируются как функции магнитного поля при фиксированной частоте переменного поля. Рассматривая  $\chi''(\omega - \omega_0)$  как функцию  $\omega_0 = \frac{|g_j| \mu_B H_0}{\hbar}$  при фиксированной частоте  $\omega$  и считая линию узкой, можно в (49) перейти от интегрирования по частоте к

интегрированию по полю:

$$\begin{aligned}
 \chi_0 &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\chi''(\omega' - \omega_0) d\omega'}{\omega'} \simeq \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\chi''(\omega'_0 - \omega) d\omega'_0}{\omega} = \\
 &= \frac{2}{\pi\omega} \int_0^{\infty} \chi''(\omega'_0) d\omega'_0 = \frac{2}{\pi\omega} \int_0^{\infty} \chi''(H'_0) d \frac{|g_j| \mu_B H'_0}{\hbar} = \\
 &= \frac{2 |g_j| \mu_B}{\pi \hbar \omega} \int_0^{\infty} \chi''(H'_0) dH'_0 = \frac{2}{\pi H} \int_0^{\infty} \chi''(H'_0) dH'_0. \quad (50)
 \end{aligned}$$

Здесь поле  $H = \frac{\hbar\omega}{|g_j| \mu_B}$  соответствует фиксированной частоте  $\omega$ .

## 7. Экспериментальное наблюдение резонанса

Как указывалось выше, в установившемся стационарном состоянии согласно уравнениям (44) вектор намагниченности прецессирует с частотой  $\omega$  вокруг оси  $\mathbf{z}$ , параллельной постоянному магнитному полю. Изменение намагниченности влечет за собой изменение магнитной индукции и магнитного потока, что в свою очередь приводит к возникновению ЭДС индукции. Это дает возможность регистрации эффекта. Поместим исследуемый образец в катушку индуктивности с осью, направленной вдоль оси  $\mathbf{y}$ . Число витков катушки  $N$ , площадь сечения  $S$ . Эта катушка будет служить *приемником* сигнала. Катушку-приемник вместе с образцом поместим в другую катушку – *передатчик* – с осью, направленной вдоль оси  $\mathbf{x}$ . Катушка-передатчик питается от генератора и в ней вдоль оси  $\mathbf{x}$  создается переменное поле  $H_x = 2H_1 \cos \omega t$ . Обе катушки находятся между полюсами магнита, создающего постоянное поле  $H_{0z}$ , направленное по оси  $\mathbf{z}$ . В этих условиях, в соответствии с уравнениями (44), в катушке-приемнике будет создаваться магнитная индукция

$$B_y = \mu_0(H_y + M_y) = \mu_0 M_y = \mu_0 2H_1 (\chi' \sin \omega t - \chi'' \cos \omega t).$$

(При изучении практических аспектов резонанса мы будем использовать систему единиц СИ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная.) Здесь мы учли, что  $H_y = 0$  и использовали выражения (44) и (45) для  $M_y$ . Введем величину  $\eta$  – коэффициент заполнения катушки, равный доле площади поперечного сечения катушки, занимаемой

образцом. Образец будем считать цилиндрическим, и тогда доля площади совпадает с долей объёма; ниже, для СВЧ-резонаторов под этой величиной мы будем понимать эффективную долю объёма, равную отношению энергии переменного поля, запасенной в объёме образца, к энергии переменного поля во всем резонаторе. По закону Фарадея индуцированное в катушке напряжение будет равно

$$V_{ind} = -\frac{d(B_y N S \eta)}{dt} = -2\mu_0 H_1 N S \eta \omega (\chi' \cos \omega t + \chi'' \sin \omega t). \quad (51)$$

Видно, что оно состоит из двух компонент, одна из которых, пропорциональная  $\chi'$ , находится в фазе с приложенным к образцу переменным полем, другая, пропорциональная  $\chi''$ , отстает по фазе на  $\pi/2$ . При помощи обычных радиотехнических методов, используя синхронный детектор и усилитель, их можно выделить, усилить и записать по отдельности как функции медленно изменяющегося поля  $H_{0z}$ . Описанным методом исследуются преимущественно системы ядерных спинов. Само явление Блох назвал «*ядерной индукцией*».

Приемную и передающую катушки индуктивности можно совместить — т. е. и для создания переменного поля и для регистрации полезного сигнала использовать одну и ту же катушку. Подключим катушку к генератору — источнику переменного тока постоянной амплитуды  $j = j_0 \cos \omega t$  и проследим, как на ней изменяется напряжение в условиях резонанса. Изменение напряжения будет происходить вследствие изменения импеданса катушки:

$$\Delta Z = i\omega \Delta L. \quad (52)$$

Изменение индуктивности катушки равно

$$\Delta L = L' - L_0 = (L_0(1 - \eta) + L_0\eta(1 + \chi)) - L_0 = \eta\chi L_0. \quad (53)$$

Пользуясь методом комплексных амплитуд, найдём, используя (52) и (53), изменение напряжения:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \text{Re} [j\Delta Z] = \text{Re} [j_0 \exp(i\omega t) i\omega \Delta L] = \\ &= j_0 \omega \eta L_0 \text{Re} [(\cos \omega t + i \sin \omega t) i(\chi' - i\chi'')] = \\ &= j_0 L_0 \omega \eta \cdot (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t). \end{aligned} \quad (54)$$

Произведение  $j_0 L_0$  из определения понятия индуктивности можно представить в виде

$$j_0 L_0 = 2\mu_0 H_1 N S,$$

и, подставляя его в (54), получим

$$\Delta V = 2\mu_0 H_1 N S \eta \omega (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t). \quad (55)$$

Из сравнения (51) и (55) видно, что разность потенциалов  $\Delta V$  идентична напряжению индукции  $V_{ind}$  за исключением различия в фазе сигнала на  $\pi/2$ . Мы показали, что оба способа регистрации сигнала в принципе дают одну и ту же информацию, и поэтому выбор экспериментальной установки определяется в основном удобствами практического осуществления условий наблюдения.

При получении выражений (51) и (55) для упрощения расчета мы полагали, что приемные катушки индуктивности не имеют параллельно включенного конденсатора настройки. Применение конденсатора настройки  $C$  увеличивает в обоих случаях наводимую в катушках относительную разность потенциалов на множитель, равный добротности резонансного контура  $Q$ . Покажем это на примере, когда в качестве приемника и генератора используется одна катушка. Для *параллельно* включенных емкости и индуктивности с внутренним сопротивлением  $R$  полный импеданс на частоте  $\omega$  равен

$$Z = \left( \frac{1}{i\omega L_0 + R} + i\omega C \right)^{-1} = \frac{i\omega L_0 + R}{1 - \omega^2 C L_0 + i\omega C R}. \quad (56)$$

В резонансе, когда  $\omega^2 = \omega_0^2 = \frac{1}{C L_0}$ , при условии  $R \ll \omega L$ , что означает высокую добротность контура

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_0}{C}} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}, \quad (57)$$

импеданс является чисто активным и равен

$$Z \simeq R_0 = \frac{\omega_0^2 L^2}{R} = \frac{L}{RC}. \quad (58)$$

Найдем изменение импеданса вблизи резонанса при изменении индуктивности на величину (53)  $\Delta L = \eta \chi L_0$ , возникающем при помещении образца в катушку. Используя (56), получим

$$\Delta Z = \left. \frac{dZ}{dL} \right|_{\omega \simeq \omega_0} \cdot \Delta L = -\frac{i\Delta L}{\omega_0 C^2 R^2} = -\frac{i\eta \chi L_0}{\omega_0 C^2 R^2}. \quad (59)$$

При помощи метода комплексных амплитуд найдём, учитывая (59), изменение напряжения:

$$\begin{aligned}\Delta V &= \operatorname{Re} [j\Delta Z] = \operatorname{Re} \left[ j_0 \exp(i\omega t) \left( -\frac{i\eta\chi L_0}{\omega_0 C^2 R^2} \right) \right] = \\ &= -\frac{j_0\eta L_0}{\omega_0 C^2 R^2} \operatorname{Re} [(\cos \omega t + i \sin \omega t)i(\chi' - i\chi'')] = \\ &= -j_0 L_0 \omega_0 \eta Q^2 (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t). \quad (60)\end{aligned}$$

С учетом (58) полное напряжение на контуре при заданном токе  $j = j_0 \cos \omega t$  будет равно

$$\begin{aligned}V_Q &= R_0 j_0 \cos \omega t + \Delta V = \\ &= \frac{j_0 \omega_0^2 L_0^2 \cos \omega t}{R} - j_0 L_0 \omega_0 \eta Q^2 (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t) = \\ &= j_0 L_0 \omega_0 Q [(1 - \eta\chi'' Q) \cos \omega t + \eta\chi' Q \sin \omega t] \equiv \\ &\equiv R_0 j_0 [(1 - \eta\chi'' Q) \cos \omega t + \eta\chi' Q \sin \omega t]. \quad (61)\end{aligned}$$

Для катушки без параллельно включенного конденсатора полное напряжение в тех же условиях равно

$$\begin{aligned}V &= \operatorname{Re} [j_0 \exp(i\omega t)i\omega L_0] + j_0 L_0 \omega \eta (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t) = \\ &= j_0 L_0 \omega [\eta\chi'' \cos \omega t - (1 + \eta\chi') \sin \omega t]. \quad (62)\end{aligned}$$

Из сравнения (61) и (62) явно видно, что относительное изменение напряжения на катушке, обусловленное помещением в нее образца, для настраиваемого контура с конденсатором вырастает по сравнению со случаем, когда используется такая же ненастраиваемая катушка, в  $Q$  раз. Более того, ещё в  $Q$  раз вырастает абсолютное напряжение на контуре, что существенно повышает абсолютную чувствительность метода. Заметим, что произведение  $R_0 j_0$ , дающее амплитуду переменного напряжения на контуре, может быть выражено через среднюю мощность  $P = \langle R_0 j_0^2 \cos^2 \omega t \rangle = \frac{R_0 j_0^2}{2}$ , рассеиваемую на контуре:

$$R_0 j_0 = \sqrt{2PR_0}. \quad (63)$$

При наблюдении в СВЧ-диапазоне применяются методики с использованием проходного или отражательного резонаторов [5, 6]. Рассмотрим, для примера, как регистрируется сигнал магнитного резонанса в установке с отражательным резонатором (рис. 4). Микроволновое излучение мощностью  $P$  поступает из генератора излучения 1

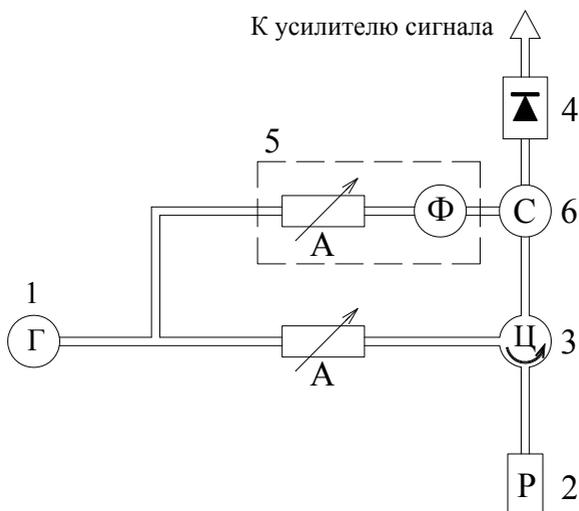


Рис. 4. Блок-схема микроволнового моста с отражательным резонатором

(наибольшее распространение получили клистроны) по волноводу с волновым сопротивлением  $R_0$  в резонатор 2. Излучение калибруется по мощности при помощи аттенюатора А и проходит через циркулятор 3, пропускающий излучение в одном направлении — на рисунке только против часовой стрелки, — сначала от генератора в резонатор, а затем отраженная из резонатора волна, пройдя ещё раз через циркулятор, падает на детектор излучения 4. Если резонатор хорошо согласован с волноводом (это достигается при помощи винтового согласователя), то отраженного сигнала не будет — вся энергия падающего излучения поглощается в стенках резонатора. Однако при дополнительном поглощении энергии в исследуемом образце происходит рассогласование волновода с резонатором и появляется отраженная от резонатора волна, несущая полезный сигнал и падающая на детектор излучения. Детектор излучения представляет из себя кремниевый диод, ток на выходе которого пропорционален, в зависимости от величины падающей на него СВЧ-мощности, либо самой мощности (квадратичная область), либо корню квадратному из мощности (линейная область). Линейная область начинается при мощностях порядка долей милливатт и выше. В этой области ток на выходе детектора пропорционален амплитуде напряженности электрического поля в падающей на него волне. Строгий расчет [5] показывает, что на идеально согла-

сованном с волноводом детекторе с сопротивлением  $R_0$  в этом случае отраженная волна создает напряжение

$$\Delta V_{\text{СВЧ}} = \frac{\sqrt{PR_0}}{4} Q\eta (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t), \quad (64)$$

причем это соотношение остается верным и для проходного резонатора. Полученный результат также качественно согласуется с выражением для изменения напряжения на колебательном контуре (60) при работе в радиочастотном диапазоне. Действительно, учитывая (57), (58) и (63), можем записать

$$\begin{aligned} \Delta V &= -j_0 L_0 \omega_0 \eta Q^2 (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t) = \\ &= -j_0 R_0 \eta Q (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t) = \\ &= -\sqrt{2PR_0} \eta Q (\chi'' \cos \omega t - \chi' \sin \omega t). \end{aligned}$$

Как следует из выражения (64), сигнал на выходе детектора будет пропорционален величине

$$\Delta V_D = \frac{\sqrt{PR_0}}{4} Q\eta \sqrt{(\chi'')^2 + (\chi')^2},$$

но не будет содержать информацию об относительной величине мнимой и действительной частей восприимчивости. Для того чтобы выделить их по отдельности, к отраженному от резонатора сигналу подмешивают при помощи смещающего плеча 5 (reference arm) — волноводного тракта с аттенуатором А и фазовращателем  $\Phi$  — сигнал той же частоты, поступающий непосредственно из клистрона. Амплитуда создаваемого этим смещающим сигналом напряжения на детекторе много больше величины  $\Delta V_D$ , а фаза может регулироваться так, чтобы совпадать либо с фазой  $\chi'' \cos \omega t$ , либо с фазой  $\chi' \sin \omega t$ . Пусть смещающий сигнал создает на детекторе напряжение  $B \cos(\omega t + \theta)$  такое, что

$$B \gg \frac{\sqrt{PR_0}}{4} Q\eta \sqrt{(\chi'')^2 + (\chi')^2} \equiv A \sqrt{(\chi'')^2 + (\chi')^2}. \quad (65)$$

Тогда в соответствии с (64) и (65) на детекторе после смесителя 6 образуется сигнал (см. рис. 5):

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{СВЧ}}^S &= \\ &= \left| B \exp [i(\omega t + \theta)] - A\chi' \exp \left[ i\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right] + A\chi'' \exp(i\omega t) \right| \cdot \cos(\omega t + \varphi) \simeq \\ &\simeq \sqrt{B^2 + 2AB(\chi'' \cos \theta + \chi' \sin \theta)} \cos(\omega t + \varphi) \simeq \\ &\simeq [B + A(\chi'' \cos \theta + \chi' \sin \theta)] \cos(\omega t + \varphi), \end{aligned}$$

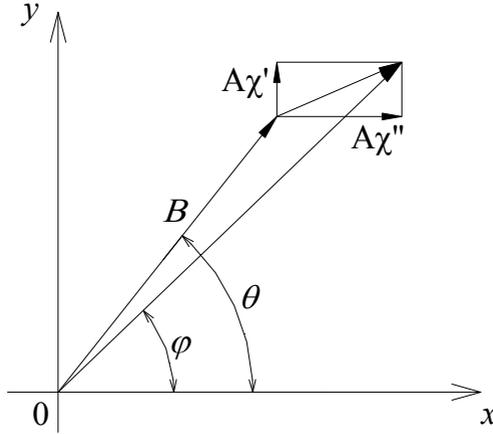


Рис. 5. Векторная диаграмма напряжений на СВЧ-детекторе, иллюстрирующая сложение смещающего и полезного сигналов

а после детектирования — сигнал, пропорциональный  $\Delta V_D^\theta = B + A\chi'' \cos \theta + A\chi' \sin \theta$ .

Изменяя при помощи фазовращателя  $\Phi$  фазу смещающего сигнала  $\theta$ , можно выделить интересующую нас часть восприимчивости. Помимо выделения разных частей восприимчивости, добавление смещающего сигнала приводит и собственно к смещению полезного сигнала на постоянную величину, что дает возможность регистрировать его в линейном режиме, даже если он очень мал.

Оценим чувствительность спектрометра. Для этого сравним полезный сигнал (64) со среднеквадратичным шумовым напряжением, возникающим на детекторе и волноводном тракте. Как уже указывалось, при идеальном согласовании их сопротивления равны. Это означает, что в формуле Найквиста, дающей среднеквадратичное шумовое напряжение в диапазоне частот  $\Delta\nu$  при температуре сопротивления  $T_R$  (см. [7], с. 293), мы должны использовать в качестве сопротивления величину  $2R_0$ :

$$V_N = \sqrt{2R_0 k_B T_R \Delta\nu}.$$

Для усилительного тракта спектрометра величина  $\Delta\nu$  определяется его избирательностью и имеет типичное значение порядка 1 Гц. Из формул (46) (и рис. 3) видно, что максимальные значения  $\chi''$  и  $\chi'$  сравнимы по величине. Оценку проведем для  $\chi''$ . Приравнявая амплитуду

полезного сигнала (64) к величине  $V_N$ , получим

$$\chi''_{\min} = \frac{4}{\eta Q} \sqrt{\frac{2k_B T_R \Delta\nu}{P}} = \frac{4V_C}{QV_S} \sqrt{\frac{2k_B T_R \Delta\nu}{P}}. \quad (66)$$

Здесь мы учли, что коэффициент заполнения  $\eta$  равен эффективному отношению объёмов образца и резонатора (см. текст перед формулой (51)). Полагая в (66)  $T_R = 300\text{K}$ , для характерных значений  $Q = 10^4$ ,  $P = 100\text{ мВт}$ ,  $\Delta\nu = 1\text{ Гц}$ , получим

$$\chi''_{\min} = \frac{4V_C}{QV_S} \sqrt{\frac{2k_B T_R \Delta\nu}{P}} \simeq \frac{V_C}{V_S} \cdot 10^{-13}. \quad (67)$$

Используя соотношение (49) и вводя характерную ширину линии  $\Delta\omega$ , свяжем значение  $\chi''_{\min}$  с величиной статической восприимчивости:

$$\chi_{0\min} \simeq \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\chi''(\omega') d\omega'}{\omega_0} \approx \frac{\chi''_{\min} \Delta\omega}{\omega_0}. \quad (68)$$

С другой стороны, в соответствии с (17) для простейшего случая одного неспаренного электрона  $g_j = 2$ ,  $j = \frac{1}{2}$  и

$$\chi_{0\min} = \frac{j(j+1)g_j^2 \mu_B^2}{3k_B T} \cdot \frac{N_{\min}}{V_S} = \frac{\mu_B^2}{k_B T} \frac{N_{\min}}{V_S}. \quad (69)$$

Формула (69) записана в системе СГС. Магнитная восприимчивость в (67) получена в системе СИ. Известно, что

$$\chi_{\text{СГС}} = \frac{\chi_{\text{СИ}}}{4\pi}. \quad (70)$$

Теперь из соотношений (67), (68), (69), (70) нетрудно получить выражение для минимального числа спинов, на котором ещё можно зарегистрировать сигнал магнитного резонанса:

$$\begin{aligned} N_{\min} &= \frac{\chi_{0\min} k_B T V_S}{\mu_B^2} \simeq \chi''_{\min} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cdot \frac{k_B T V_S}{\mu_B^2} \simeq \\ &\simeq \frac{V_C \cdot 10^{-13}}{4\pi V_S} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cdot \frac{k_B T V_S}{\mu_B^2} \simeq \frac{V_C \cdot 10^{-13}}{4\pi} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cdot \frac{k_B T}{\mu_B^2}. \end{aligned}$$

Полагая для относительной ширины линии  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx 10^{-3}$  (для трехсантиметрового диапазона длин волн это соответствует ширине линии 3 Гс в резонансном поле 3000 Гс и для объёма резонатора  $V_C \approx 10\text{ см}^3$ , получим оценку:  $N_{\min} \approx 10^8$  Т. Таким образом, при комнатной температуре можно «почувствовать»  $10^{10} \div 10^{11}$  спинов, при понижении температуры до гелиевой ( $\approx 4\text{ К}$ ) чувствительность улучшится ещё на два порядка и составит  $10^8 \div 10^9$  спинов.

## Контрольные вопросы

1. Что называется электронным парамагнитным резонансом и ядерным магнитным резонансом?
2. Как расщепляются электронные уровни энергии в магнитном поле. Как изменится это расщепление при учёте сверхтонкого взаимодействия?
3. Каковы характерные частоты излучения, под действием которого могут происходить переходы между соседними уровнями?
4. Что такое спин-решеточная релаксация? Какова ее роль в установлении равновесной заселенности уровней? Найти закон, по которому устанавливается равновесная заселенность.
5. Что такое насыщение магнитного резонанса? Как зависит скорость поглощения энергии от вероятности перехода под действием излучения и скорости спин-решеточной релаксации?
6. Что такое спин-спиновая релаксация и каковы ее возможные механизмы? Как соотносятся между собой скорости спин-спиновой и спин-решеточной релаксации?
7. Что такое намагниченность вещества? Какие виды магнетиков существуют?
8. Что такое статическая магнитная восприимчивость? Как ее можно получить для парамагнитного вещества? Оцените характерные значения восприимчивости для конденсированного вещества при заданной температуре. При каких внешних полях и температурах выполняется закон Кюри?
9. Как определяется магнитная восприимчивость в случае переменного магнитного поля? За что ответственны действительная и мнимая части восприимчивости? Какова их четность относительно изменения знака частоты?
10. Как зависит поглощаемая образцом мощность в переменном магнитном поле от магнитной восприимчивости образца, частоты и амплитуды поля?
11. Получите мощность, поглощаемую в единице объёма образца, рассматривая переходы между уровнями энергии атома во внешнем магнитном поле под действием возмущения, обусловленного взаимодействием переменного электромагнитного поля с магнитным моментом атома.

12. Что такое функция формы линии? Что она определяет? Как связана мнимая часть магнитной восприимчивости со статической восприимчивостью?
13. Как в общем случае связаны действительная и мнимая части магнитной восприимчивости? Что описывают соотношения Крамерса—Кронига? Что такое линейная система? Как связаны насыщение и линейность системы?
14. Как движется магнитный момент в постоянном магнитном поле? Докажите на примере этого движения теорему Лармора. Что такое ларморовская прецессия?
15. Как изменится движение магнитного момента в магнитном поле, если дополнительно приложить вращающееся по кругу переменное магнитное поле, перпендикулярное постоянному полю. При каком условии будет происходить опрокидывание магнитного момента даже в очень слабом вращающемся поле?
16. Какие физические предположения лежат в основе уравнений Блоха? Как в соответствии с решением уравнений Блоха движется намагниченность? К какой функции формы приводят уравнения Блоха? Что такое лоренцевы кривые? Каким параметром определяется ширина линии? Всегда ли экспериментально полученные кривые поглощения согласуются с решением уравнений Блоха?
17. При каких условиях решения уравнений Блоха для действительной и мнимой частей магнитной восприимчивости удовлетворяют соотношениям Крамерса—Кронига?
18. Какими способами наблюдается магнитный резонанс? Что такое ядерная индукция?
19. Покажите, что применение настраиваемой катушки индуктивности (колебательного контура) увеличивает чувствительность установки на множитель, равный добротности контура.
20. Как на практике из отраженной волны (в схеме с отражательным резонатором) можно выделить сигналы, пропорциональные действительной и мнимой частям восприимчивости? Какова роль смещающего сигнала?
21. Оцените чувствительность характерного ЭПР-спектрометра. Какими основными параметрами прибора она определяется? Что такое коэффициент заполнения и частотная избирательность?
22. Какое минимальное число спинов ЭПР-спектрометр может «почувствовать» при комнатной и при гелиевой температурах?

# Литература

## Цитируемая литература

1. *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. — 791 с.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики, Т. 3. Электричество. — М.: Наука, 1977. — 688 с.
3. *Белоусов Ю.М.* Курс квантовой механики. Нерелятивистская теория. — М.: МФТИ, 2006. — 408 с.
4. *Сликтер Ч.* Основы теории магнитного резонанса. — М.: Мир, 1981. — 448 с.
5. *Пул Ч.* Техника ЭПР-спектроскопии. — М.: Мир, 1970. — 558 с.
6. *Инграм Д.* Электронный парамагнитный резонанс в свободных радикалах. — М.: ИЛ, 1961. — 346 с.
7. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Курс общей физики, Т. 2. Квантовая и статистическая физика / под ред. Ю.М. Ципенюка — М.: Физматлит, 2001. — 504 с.

## Рекомендованная литература

8. *Сликтер Ч.* Основы теории магнитного резонанса. — М.: Мир, 1981. — 448 с.
9. *Абрагам А., Блани Б.* Электронный парамагнитный резонанс переходных ионов. Т. 1. — М.: Мир, 1972. — 652 с.
10. *Инграм Д.* Электронный парамагнитный резонанс в свободных радикалах. — М.: ИЛ, 1961. — 346 с.
11. *Эндрю Э.* Ядерный магнитный резонанс. — М.: ИЛ, 1957. — 300 с.
12. *Пейк Дж.* Парамагнитный резонанс. — М.: Мир, 1965. — 280 с.
13. *Верту Дж., Болтон Дж.* Теория и практические приложения метода ЭПР. — М.: Мир, 1975. — 548 с.

## Дополнительная литература

14. *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. — 791 с.

15. *Боровик Е. С., Еременко В. В., Мильнер А. С.* Лекции по магнетизму. — М.: Физматлит, 2005. — 510 с.
16. *Альтшулер С. А., Козырев Б. М.* Электронный парамагнитный резонанс соединений элементов промежуточных групп. — М.: Наука, 1972. — 672 с.
17. *Абрагам А.* Ядерный магнетизм. — М.: ИЛ, 1963. — 551 с.
18. *Марон Р.С., Позняк А.Л., Шушкевич С.С.* Аппаратура для исследования электронного парамагнитного резонанса. — Л.: Энергия, 1968. — 140 с.
19. *Пул Ч.* Техника ЭПР-спектроскопии. — М.: Мир, 1970, — 558 с.
20. *Кессених А. В.* Открытие, исследование и применение магнитного резонанса // УФН. — 2009. — Т. 179, № 7. — С. 737–764.
21. *Игошин Ф.Ф., Самарский Ю.А., Ципенюк Ю.М.* Лабораторный практикум по общей физике в трех томах. Т. 3, Квантовая физика. — М.: МФТИ, 2005. — 430 с.

# Содержание

1. Введение . . . . .	<b>3</b>
2. Поглощение энергии и спин-решеточная релаксация . . . . .	<b>4</b>
3. Магнитная восприимчивость . . . . .	<b>8</b>
4. Поглощение энергии высокочастотного электромагнитного поля, связь с магнитной восприимчивостью . . . . .	<b>10</b>
5. Движение гиромагнитного волчка в магнитном поле. Классическое рассмотрение . . . . .	<b>13</b>
6. Уравнения Блоха . . . . .	<b>15</b>
7. Экспериментальное наблюдение резонанса . . . . .	<b>23</b>
Контрольные вопросы . . . . .	<b>31</b>
Литература . . . . .	<b>33</b>

Учебное издание

**ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ  
МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА**

Учебно-методическое пособие  
по курсу *Общая физика*

**Гуденко** Станислав Викторович

Редактор *О. П. Котова*. Корректор *И. А. Волкова*

Подписано в печать 11.04.2013. Формат 60 × 84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Усл. печ. л. 2,25. Уч.-изд. л. 2,0. Тираж 200 экз. Заказ № 64.

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
Тел. (495)408–5822. E-mail: [rio@mail.mipt.ru](mailto:rio@mail.mipt.ru)

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
Тел. (495)408–8430. E-mail: [polygraph@mipt.ru](mailto:polygraph@mipt.ru)