# Фазовая кросс-модуляция поверхностных магнитостатических спиновых волн

### А.О. Короткевич $^1$

МФТИ, Институтский пер., д. 9, г. Долгопрудный, 141700

### С.А. Никитов

Институт радиотехники и электроники РАН, ул. Моховая, д. 11, Москва, 103907

#### Аннотация

Модуляционная неустойчивость двух поверхностных магнитостатических спиновых волн, одновременно распространяющихся в ферромагнитной пленке, объяснена. При достижении пороговой мощности спиновых волн возникает автомодуляция волн, являющаяся признаком фазовой кросс-модуляции. Рассчитаны параметры неустойчивого процесса и определены коэффициенты усиления амплитуд возмущений. Объяснены ранее опубликованные результаты по экспериментальному обнаружению эффекта фазовой кросс-модуляции спиновых волн.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>адрес в настоящее время: Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, ул. Косыгина, д. 2, Москва, 117334. E-mail: kao@landau.ac.ru

# 1 Введение

Магнитостатические спиновые волны (МСВ), распространяющиеся в намагниченных пленках железо-иттриевого граната (ЖИГ), являются чрезвычайно интересным объектом для исследования, так как нелинейные эффекты, возникающие при рассмотрении интенсивных МСВ, начинают проявляться уже при относительно малых мощностях [1, 2]. Особенно интересны в этом отношении поверхностные МСВ, так как в этом случае энергия волны сосредоточена у поверхности пленки и при генерации и приеме сигнала потери минимальны. При распространении одной поверхностной МСВ повышение мощности последней не вызывает самопроизвольного появления модуляции огибающей амплитуды магнитостатического потенциала, в этом случае волна является модуляционно устойчивой [3]. Однако последние эксперименты [4] с одновременным распространением двух поверхностных МСВ различной частоты демонстрируют появление модуляционной неустойчивости при определенных условиях. Данный эффект проявляется в появлении боковых частот у пиков соответствующих несущим частотам на выходной спектральной характеристике. Причиной возникновения неустойчивости является изменение дисперсионной зависимости для МСВ, вследствие того, что вторая волна распространяется в среде, возмущенной первой волной. Впервые явление подобное наблюдаемому было теоретически объяснено в работе [5], где рассматривалось совместное распространение в плазме двух волн различной поляризации. Позднее аналогичные эффекты были обнаружены при распространении сигналов в оптических волноводах [6]. Появление неустойчивости приводит к модуляции огибающей МСВ, так как всегда присутствует шум, который и является начальным возмущением [7]. Это явление носит название модуляционной неустойчивости. Модуляционная неустойчивость, возникающая при одновременном распространении двух модуляционно устойчивых волн и вызываемая фазовой кросс-модуляцией [5], обычно называется индуцированной модуляционной неустойчивостью [6]. Вывод условий возникновения модуляционной неустойчивости является одной из основных задач при исследовании подобных процессов. Для этого важным является получение дисперсионной зависимости для возмущений амплитуды магнитостатического потенциала несущего сигнала. При исследовании подобных процессов обычно пренебрегается диссипативными эффектами в виду их малости на рассматриваемых расстояниях [2]. Включение диссипативных членов приводит к ослаблению выходной МСВ, при этом качественная картина распространения волн не изменяется. В данной работе рассматривается модель одновременного бездиссипативного распространения двух поверхностных MCB в ферромагнитной пленке. Во второй части работы в рамках этой модели выводятся дисперсионные зависимости. В третьей части находятся уравнения эволюции амплитуд связанных волн. После этого в четвертой части производится анализ этих уравнений с целью вывода условий возникновения модуляционной неустойчивости. И, наконец, в последней части работы полученные результаты применены для объяснения результатов эксперимента [4].

# 2 Вывод дисперсинной зависимости

Рассмотрим распространение двух поверхностных МСВ в тонкой ферромагнитной пленке толщиной d, помещенной в насыщающее внешнее магнитное поле  $\vec{H}$  (Рис. 1).



Рис. 1: Геометрия задачи.

В этих условиях применимо введение магнитостатического потенциала, описывающего распространяющиеся волны, который в нашем случае имеет вид [8]

$$\psi = A(e^{k_1x} + \alpha e^{-k_1x})e^{ik_1y} + B(e^{k_2x} + \beta e^{-k_2x})e^{ik_2y} + c.c.$$
(1)

где A, B - амплитуды двух MCB,  $k_1, k_2$  - волновые числа волн,  $\alpha, \beta$  - коэффициенты зависящие от параметров пленки, внешнего магнитного поля и определяющие распространение волн у той или иной поверхности [12]. Зависимость потенциала от времени будет введена позднее. Из данного выражения легко получаются высокочастотные компоненты магнитного поля

$$h = \nabla \psi$$

$$h_x = \frac{\partial \psi}{\partial x} = Ak_1 (e^{k_1 x} - \alpha e^{-k_1 x}) e^{ik_1 y} + Bk_2 (e^{k_2 x} - \beta e^{-k_2 x}) e^{ik_2 y} + c.c. \quad (2)$$

$$h_y = \frac{\partial \psi}{\partial y} = iAk_1(e^{k_1x} + \alpha e^{-k_1x})e^{ik_1y} + iBk_2(e^{k_2x} + \beta e^{-k_2x})e^{ik_2y} + c.c.$$
(3)

Высокочастотная часть намагниченности связана с $\vec{h}$  посредством тензора магнитной восприимчивости  $\hat{\chi}$ 

$$\vec{m} = \hat{\chi} \vec{h} \tag{4}$$

который представляется в следующем виде

$$\hat{\chi} = \begin{pmatrix} \chi_1 & i\chi_2 & 0\\ -i\chi_2 & \chi_1 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \vec{h} = \begin{pmatrix} h_x\\ h_y\\ h_z \end{pmatrix}.$$
(5)

В результате имеем

$$m_x = \chi_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + i\chi_2 \frac{\partial \psi}{\partial y}, m_y = -i\chi_2 \frac{\partial \psi}{\partial x} + \chi_1 \frac{\partial \psi}{\partial y}.$$
(6)

Как станет ясно позднее, нас интересует только квадрат модуля компонент намагниченности. Рассмотрим покомпонентно

$$|m_x|^2 = \chi_1^2 \left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|^2 + \chi_2^2 \left| \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|^2 + i\chi_1\chi_2 \left[ \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^* - \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^* \right], \quad (7)$$

Принимая во внимание, что  $Re(\psi) = \psi$  получаем

$$|m_x|^2 = \chi_1^2 \left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|^2 + \chi_2^2 \left| \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|^2.$$
(8)

Аналогично для  $m_y$ 

$$|m_y|^2 = \chi_2^2 \left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|^2 + \chi_1^2 \left| \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|^2.$$
(9)

И, наконец, находим

$$|\vec{m}|^2 = |m_x|^2 + |m_y|^2 = \left(\chi_1^2 + \chi_2^2\right) \left( \left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|^2 \right)$$
(10)

Для дальнейших рассуждений нам понадобится величина

$$\omega_M = 4\pi\gamma \left[ M_0 - \frac{|m_x|^2 + |m_y|^2}{2M_0} \right], \omega_{M_0} = 4\pi\gamma M_0.$$
(11)

которая входит в выражение дисперсионной зависимости [8] для ПМСВ

$$\omega^2 = \omega_H^2 + \omega_H \omega_M + \frac{\omega_M^2}{4} \left( 1 - e^{-2kd} \right).$$
(12)

Введем

$$\omega_{0i}^2 = \omega_H^2 + \omega_H \omega_{M_0} + \frac{\omega_{M_0}^2}{4} \left( 1 - e^{-2k_i d} \right), \tag{13}$$

где  $i = \{1, 2\}$ . И, окончательно,

$$\omega_i^2 = \omega_{0i}^2 - \frac{\pi\gamma}{M_0} \left( 2\omega_H + \omega_{M_0} \left( 1 - e^{-2k_i d} \right) \right) \left( |m_x|^2 + |m_y|^2 \right).$$
(14)

Путем простых, но громоздких алгебраических преобразований можно получить выражение для  $\left|\frac{\partial \psi}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial \psi}{\partial y}\right|^2$ , содержащее члены пропорциональные  $e^{iky}$ . Для того, чтобы добавить в уравнения время необходимо провести подстановку  $e^{iky} \rightarrow e^{i(ky-\omega t)}$ . Это означает, что члены содержащие t и y исчезнут после усреднения по периоду. Эти члены могут играть роль только если волны когерентны. После чего получаем

$$\left|\frac{\partial\psi}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial\psi}{\partial y}\right|^2 = 4(|A|^2k_1^2(e^{2k_1x} + |\alpha|^2e^{-2k_1x}) + |B|^2k_2^2(e^{2k_2x} + |\beta|^2e^{-2k_2x}))$$
(15)

Теперь мы имеем следующую дисперсионную зависимость

$$\omega_i^2 = \omega_{0i}^2 - 4\frac{\pi\gamma}{M_0} \left( 2\omega_H + \omega_{M_0} \left( 1 - e^{-2k_i d} \right) \right) \left( \chi_1^2 + \chi_2^2 \right) \left( |A|^2 k_1^2 (e^{2k_1 x} + |\alpha|^2 e^{-2k_1 x}) + |B|^2 k_2^2 (e^{2k_2 x} + |\beta|^2 e^{-2k_2 x}) \right).$$
(16)

Нелинейные дисперсионные уравнения (16) для поверхностных МСВ выведены в пределе слабой нелинейности. А именно, нелинейное выражение (11) описывает частоту намагниченности при условии, что амплитуда высокочастотной намагниченности много меньше амплитуды намагниченности ферромагнитной пленки ( $|m_x|, |m_y| \ll M_0$ ).

# 3 Вывод системы уравнений эволюции связанных волн

Дисперсионная зависимость (16) может быть записана в общей форме

$$G(k_1, k_2, \omega_1, \omega_2, |A|^2, |B|^2, |\alpha|^2, |\beta|^2) = 0.$$
(17)

Введем дисперсионную зависимость для независимо распространяющейся волны

$$G_{i0} = \omega_{0i}^2 - (\omega_H^2 + \omega_H \omega_{M_0} + \frac{\omega_{M_0}^2}{4} \left(1 - e^{-2k_i d}\right)).$$
(18)

Разложим выражение (16) до членов соответствующих второму порядку по амплитуде

$$G_{i} = G_{i0} + \frac{\partial G_{i0}}{\partial \omega_{i}} \bigtriangleup \omega_{i} + \frac{\partial G_{i0}}{\partial k_{i}} \bigtriangleup k_{i} + \frac{\partial^{2} G_{i0}}{\partial k_{i} \eth \omega_{i}} \bigtriangleup \omega_{i} \bigtriangleup k_{i} + \frac{1}{2} \frac{\partial^{2} G_{i0}}{\partial \omega_{i}^{2}} (\bigtriangleup \omega_{i})^{2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^{2} G_{i0}}{\partial k_{i}^{2}} (\bigtriangleup k_{i})^{2} + \frac{\partial G_{i}}{\partial |A|^{2}} |A|^{2} + \frac{\partial G_{i}}{\partial |B|^{2}} |B|^{2} + \frac{\partial G_{i}}{\partial |\alpha|^{2}} |\alpha|^{2} + \frac{\partial G_{i}}{\partial |\beta|^{2}} |\beta|^{2} = 0.$$

$$(19)$$

Принимая во внимание

$$\Delta\omega_1 \Leftrightarrow i\frac{\partial}{\partial t}, \Delta k_1 \Leftrightarrow -i\frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Leftrightarrow v_{g1}\frac{\partial^2}{\partial y},$$

получаем

$$\begin{bmatrix} i\frac{\partial A}{\partial t} + iv_{g1}\frac{\partial A}{\partial y} + \frac{1}{2}\beta_1\frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = f_1(a^2|A|^2 + b^2|B|^2)A,\\ i\frac{\partial B}{\partial t} + iv_{g2}\frac{\partial B}{\partial y} + \frac{1}{2}\beta_2\frac{\partial^2 B}{\partial y^2} = f_2(a^2|A|^2 + b^2|B|^2)B, \end{aligned}$$
(20)

причем

$$v_{gi} = 2d \frac{\omega_{M0}^2}{4\omega_i} e^{-2k_i d},\tag{21}$$

$$\beta_i = -\frac{v_{gi}}{\omega_i} [v_{gi} + \omega_i d], \qquad (22)$$

$$f_{i} = -\frac{\omega_{M_{0}}}{2M_{0}^{2}\omega_{i}} \left(2\omega_{H} + \omega_{M_{0}}\left(1 - e^{-2k_{i}d}\right)\right) \left(\chi_{1i}^{2} + \chi_{2i}^{2}\right),$$
(23)

$$a^{2} = k_{1}^{2}(e^{2k_{1}x} + 2|\alpha|^{2}e^{-2k_{1}x}),$$
  

$$b^{2} = k_{2}^{2}(e^{2k_{2}x} + 2|\beta|^{2}e^{-2k_{2}x}).$$
(24)

Параметры *a* и *b* характеризуют ослабление амплитуды волны с удалением от поверхности. Выражения (20) по сути являются системой уравнений типа нелинейного уравнения Шредингера и описывают эволюцию амплитуд связанных поверхностных MCB.

# 4 Исследование на модуляционную неустойчивость

Введем энергию волны на глубине х от поверхности

$$P_1 = a^2 |A|^2, P_2 = b^2 |B|^2.$$
(25)

Тогда стационарные уравнения имеют следующий вид

$$\begin{cases} iv_{g1}\frac{\partial A}{\partial y} + \frac{1}{2}\beta_1\frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = f_1(P_1 + P_2)A, \\ iv_{g2}\frac{\partial B}{\partial y} + \frac{1}{2}\beta_2\frac{\partial^2 B}{\partial y^2} = f_2(P_1 + P_2)B, \end{cases}$$
(26)

Рассмотрим, например, первое уравнение. Ищем решение в виде

$$A = C \exp\left(-i\alpha y\right) \tag{27}$$

После подстановки находим

$$\alpha_{1,2} = \frac{v_{g1}}{\beta_1} \left[ 1 \mp \sqrt{1 - \frac{2\beta_1 f_1 (P_1 + P_2)}{v_{g1}^2}} \right].$$
(28)

Имеем следующее решение:

$$A = C_1 \exp(-i\alpha_1 y) + C_2 \exp(-i\alpha_2 y).$$
<sup>(29)</sup>

Вблизи антенны амплитуда постоянна, следовательно, и огибающая постоянна

$$\frac{\partial A}{\partial y} = C_1(-i\alpha_1)\exp(-i\alpha_1 y) + C_2(-i\alpha_2)\exp(-i\alpha_2 y) = 0.$$
(30)

Откуда получаем соотношение между амплитудами

$$C_1 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} C_2. \tag{31}$$

Оценим это соотношение в случае тонкой пленки  $(k_i d \ll 1)$ . Тогда подкоренное отношение в выражении (28) равно

$$\epsilon_i = \frac{2\omega_{M_0}\omega_H}{M_0^2\omega_i^2} \left(\chi_{1i}^2 + \chi_{2i}^2\right) (P_1 + P_2).$$
(32)

Оценим составляющие приближенно –  $(\chi_{1i}^2 + \chi_{2i}^2) \approx 3$  и  $\frac{2\omega_{M_0}\omega_H}{\omega_i^2} \approx \frac{1}{2}$ , следовательно получаем

$$\epsilon \approx 3 \frac{P_1 + P_2}{M_0^2}.$$
(33)

Но это отношение в рассматриваемом приближении мало (в рассмотренном ниже эксперименте оно составляет  $\frac{1}{11}$ ). Следовательно  $\epsilon \ll 1$ . Откуда следует, что  $C_1 \gg C_2$ . Далее в рассчете  $C_2$  пренебрегаем. Тогда можем записать

$$\alpha = \alpha_1 = \frac{v_{g1}}{\beta_1} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2\beta_1 f_1 (P_1 + P_2)}{v_{g1}^2}} \right].$$
 (34)

И, наконец,

$$A = \sqrt{P_1} e^{-i\alpha y}.$$
(35)

Теперь наложим возмущение на полученное решение

$$A = \left(\sqrt{P_1} + \tilde{a}(y, t)\right) e^{-i\alpha y}, \tilde{a} \ll \sqrt{P_1}.$$
(36)

После подстановки этого выражения в уравнения, выполним аналогичную процедуру для *В* и линеаризуем полученные уравнения по возмущениям

$$\begin{cases} i\frac{\partial\tilde{a}}{\partial t} + iv_{g1}\phi_1\frac{\partial\tilde{a}}{\partial y} + \frac{1}{2}\beta_1\frac{\partial^2\tilde{a}}{\partial y^2} = f_1[P_1(\tilde{a} + \tilde{a}^*) + \sqrt{P_1P_2}(\tilde{b} + \tilde{b}^*)],\\ i\frac{\partial\tilde{b}}{\partial t} + iv_{g2}\phi_2\frac{\partial\tilde{b}}{\partial y} + \frac{1}{2}\beta_2\frac{\partial^2\tilde{b}}{\partial y^2} = f_2[P_2(\tilde{b} + \tilde{b}^*) + \sqrt{P_1P_2}(\tilde{a} + \tilde{a}^*)], \end{cases}$$
(37)

где

$$\phi_i = v_{gi} \sqrt{1 - \frac{2\beta_i f_i (P_1 + P_2)}{v_{gi}^2}} \tag{38}$$

Ищем  $\tilde{a}$  и  $\tilde{b}$  в следующей форме

$$\tilde{a} = u_1 \cos(K_1(y - \phi_1 t) - \Omega t) + iv_1 \sin(K_1(y - \phi_1 t) - \Omega t), 
\tilde{b} = u_2 \cos(K_2(y - \phi_2 t) - \Omega t) + iv_2 \sin(K_2(y - \phi_2 t) - \Omega t).$$
(39)

где  $K_1, K_2$  - волновые числа возмущений амплитуды, а  $\Omega$  - их частота. После подстановки мы должны приравнять действительную и мнимую части нулю. Мы получим систему линейных уравнений с матрицей

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & q_1 & l_1 & 0\\ n_1 & p_1 & 0 & 0\\ l_2 & 0 & m_2 & q_2\\ 0 & 0 & n_2 & p_2 \end{pmatrix},$$
(40)

где

$$m_{i} = -\frac{1}{2}\beta_{i}K_{i}^{2}\cos(K_{i}(y - \phi_{i}t) - \Omega t) - 2f_{i}P_{i}\cos(K_{i}(y - \phi_{i}t) - \Omega t),$$

$$q_{i} = (K_{i}\phi_{i} + \Omega)\cos(K_{i}(y - \phi_{i}t) - \Omega t) - \phi_{i}K_{i}\cos(K_{i}(y - \phi_{i}t) - \Omega t),$$

$$l_{i} = -2f_{i}\sqrt{P_{1}P_{2}}\cos(K_{2-i}(y - \phi_{2-i}t) - \Omega t),$$

$$n_{i} = -(K_{i}\phi_{i} + \Omega)\sin(K_{i}(y - \phi_{i}t) - \Omega t) + \phi_{i}K_{i}\sin(K_{i}(y - \phi_{i}t) - \Omega t),$$

$$p_{i} = \frac{1}{2}\beta_{i}K_{i}^{2}\sin(K_{i}(y - \phi_{i}t) - \Omega t).$$
(41)

Для того, чтобы у системы существовало нетривиальное решение, необходимо детерминант этой матрицы приравнять к нулю

$$\det M = 0,$$

$$(n_1q_1 - p_1m_1)(n_2q_2 - p_2m_2) - p_1p_2l_1l_2 = 0.$$
(42)

Получаем следующее условие на  $\Omega$ :

$$\left(\Omega^2 - c_1^2\right)\left(\Omega^2 - c_2^2\right) = \zeta,\tag{43}$$

где

$$c_i = \frac{1}{2} \beta_i K_i^2,$$

$$\zeta = \beta_1 \beta_2 f_1 f_2 P_1 P_2 K_1^2 K_2^2.$$
(44)

Можно легко выразить  $\Omega^2$ 

$$\Omega^2 = \frac{c_1^2 + c_2^2 \pm \sqrt{(c_1^2 + c_2^2)^2 - 4(c_1^2 c_2^2 - \zeta)}}{2}.$$
(45)

Найдем условие при котором  $\Omega^2 < 0$ 

$$\zeta > c_1^2 c_2^2. \tag{46}$$

Это и есть условия возникновения модуляционной неустойчивости. Таким образом из выражений (44) и (46) видно, что независимо от знаков коэффициентов нелинейности (23) обе волны являются модуляционно неустойчивыми. Полученные результаты также согласуются с результатами, ранее опубликованными в работах [9, 10], и касающихся нелинейного взаимодействия между спиновыми и аккустическими волнами и спиновыми и электромагнитными волнами.

## 5 Анализ эксперимента

В работе [4] в пленке железо-иттриевого граната (ЖИГ) толщиной  $d = 1, 15 \times 10^{-3}$  генерировались две МСВ с частотами  $\omega_1 = 6, 55$  и  $\omega_2 = 6, 75$ , которым соответствуют волновые числа  $k_1 = 52, 97^{-1}$  и  $k_2 = 379, 6^{-1}$ . В данном эксперименте пленка ЖИГ имела намагниченность насыщения  $M_0 = 135, 6$  и помещалась во внешнее магнитное поле  $H_0 = 1627$ , причем  $\gamma = 2, 8/$ . Сигнал с пленки поступал на анализатор спектра. Расстройка между ближайшей боковой полосой и пиком несущей равнялась 1.4, но боковая полоса обусловлена взаимодействием с другой волной, следовательно надо рассматривать расстояние не между ближайшими пиками, а между дальнейшими. Это позволяет объяснить и наличие ассимметрии боковых полос, как результат взаимодействия уже модулированных волн. Тогда частота модуляции  $\Omega = \Delta \omega = 201.4$ . Принимая во внимание, что на этой частоте коэффициент усиления должен иметь максимум, получаем систему уравнений на  $K_1, K_2$ . Решая ее, получаем

$$K_1 = 283, 3^{-1} K_2 = 444, 4^{-1}$$
(47)

Мощность волны может быть получена из следующей формулы [3]

$$W\kappa \simeq \frac{1}{16\pi} L d^2 \omega P \tag{48}$$

где L = 0,3 есть длина антенны, а  $\kappa = 0.25$  является коэффициентом, характеризующим часть подводимой мощности W которая идет на генерацию МСВ. Откуда получаем

$$k = \frac{1}{16\pi} Ld^2 = 7,89 \times 10^{-93}$$

$$P = \frac{W\kappa}{k\omega}$$

$$P_1 = 134^2$$

$$P_2 = 45^2$$
(49)

Проверим выполнение условия модуляционной неустойчивости

$$\begin{aligned} \zeta &> c_1^2 c_2^2 \\ 4f_1 f_2 P_1 P_2 &> \frac{1}{2} \beta_1 K_1^2 \frac{1}{2} \beta_2 K_2^2 \\ \frac{16f_1 f_2}{\beta_1 \beta_2} P_1 P_2 &> K_1^2 K_2^2 \\ \kappa^2 1, 38 \times 10^{12-4} &> K_1^2 K_2^2 \\ 8, 63 &> 1, 59 \end{aligned}$$
(50)



Рис. 2: Зависимость коэффициента усиления  $h(K_1, K_2)$  от  $K_1$  при фиксированном  $K_2$ .

Как видно, условие  $\Phi$ KM выполнено. Чтобы понять спектральный состав принимаемого сигнала, необходимо знать зависимость коэффициента усиления модуляционных возмущений от  $K_1, K_2$  Коэффициент усиления амплитуды возмущений равен

$$h(K_1, K_2) = 2Im(\Omega)$$
  

$$h(K_1, K_2) = \sqrt{2(\sqrt{(c_1^2 + c_2^2)^2 + 4(\zeta - c_1^2 c_2^2)} - (c_1^2 + c_2^2))}$$
(51)

На Рис. 2 представлен график  $h(K_1, K_2)$ , причем  $K_2$  фиксировано. На Рис. 3 представлен график  $h(K_1, K_2)$ , причем  $K_1$  фиксировано.

### 6 Заключение

Неустойчивость по отношению к амплитуде интенсивных бегущих ПМСВ в ферромагнитных пленках теоретически рассмотрена. ПМСВ в случае распространения только одной волны являются модуляционно устойчивыми несмотря на изменения мощности волны в широких пределах. В случае одновременного распространения двух волн в ферромагнитной пленке и при достижении некоторой пороговой мощности волн, они становятся модуляционно неустойчивыми. Такая неустойчивость не может быть объяснена в рамках модели параметрической неустойчивости. Предложена модель фазовой модуляции двух интенсивных волн, объясняющая появление модуляционной неустойчивости волн. Рассчитаны



Рис. 3: Зависимость коэффициента усиления  $h(K_1, K_2)$  от  $K_2$  при фиксированном  $K_1$ .

Из кривых, приведенных на рисунках видно, что коэффициент усиления максимален при определенных значениях  $K_1$  и  $K_2$ , соответствующих частотам  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  модуляционной неустойчивости, наблюдаемым в эксперименте.



1

Рис. 4: График коэффициента усиления  $h(K_1, K_2)$  как функции от  $K_1$  и  $K_2$ .

параметры волн, в частности, пороговые мощности, необходимые для наблюдения обсуждаемых явлений. Объяснены результаты экспериментов [4], в которых впервые наблюдался эффект фазовой кросс-модуляции ПМСВ. Обнаружено качественное согласие разработанной теории с экспериментальными данными. Поскольку в работе рассмотрена модель бездиссипативного распространения ПМСВ, а в исследованном примере с толстой пленкой затухание волн играет существенную роль, то получить количественное согласие с экспериментом проблематично. Дальнейшее развитие теории, учитывающей диссипацию волн, и постановка дополнительных экспериментов должны прояснить в деталях процесс фазовой кросс-модуляции магнитостатических спиновых волн.

Данная работа частично поддержана РФФИ (проект N 99-02-17660) и Миннауки РФ (программа "Поверхностные атомные структуры").

### Список литературы

- [1] Гуревич А. Г., Мелков Г. А., Магнитные колебания и волны, "Наука Москва, 1994, 462 с.
- [2] Stancil D. D., Theory of Magnetostatic Waves. Springer-Verlag, New-York, 1993, 214 p.
- [3] Звездин А. К., Попков А. Ф. ЖЭТФ, 1983, 84, 606.
- [4] Boyle J. W., Nikitov S. A., Boardman A. D., Xie K. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 1997, 173, 241.
- [5] Berkhoer A. L., Zakharov V. E. JETP, 1970, **31**, 486.
- [6] Agrawal G. P. Phys. Rev. Lett., 1987, **59**, 880.
- [7] Савченко Л. Л., Никитов С. А., Попков А. Ф., Четкин М. В. ЖЭТФ, 1998, 114 2(8), 628.
- [8] Damon R. W., Eshbach J. R. J. Phys. Chem. Sol., 1961, 19, 308.
- [9] Гуляев Ю. В., Никитов С. А. ФТТ, 1984, 26, 2620.
- [10] Гуляев Ю. В., Никитов С. А. ФТТ, 1985, 27, 2710.
- [11] Boardman A. D., Nikitov S. A. Phys. Rev. B, 1988, **38**, 11444.
- [12] Boardman A. D., Wang Q., Nikitov S. A., Shen J., Chen W., Mills D., Bao J. S. IEEE Trans. on Magnetics, 1994, 30, 14.