

## Общая теория относительности

Цель курса — ознакомить студентов с принципами и методами общей теории относительности, ее математическими основами и физическими результатами.

Эта программа представляет собой переработку программы прошлого года. По сравнению с прошлым годом на одну лекцию увеличена геометрическая часть курса, а материал последней лекции — инфляционные модели — перенесена на семинары. Вообще, темы семинаров значительно упорядочены по сравнению с прошлым годом. Я намерен к началу семестра переработать тексты лекций [1] в соответствии с новым планом, а также создать аналогичные материалы для семинаров в виде списков задач и разместить их на той же странице в сети. Кроме того, я собираюсь уменьшить количество задач для домашней работы (приведенных в конце лекций).

[1] См. <http://homepages.itp.ac.ru/~lashkevi/lectures/gr/>

Тексты лекций:

### 1. Геометрия и физика специальной теории относительности:

- невырожденная симметричная форма в линейном пространстве и сигнатура;
- метрика в аффинном пространстве, индексные и безындексные обозначения;
- принцип наименьшего действия для частиц и полей.

**Семинар:** Преобразование Лоренца, системы координат, метрика.

### 2. Основные понятия дифференциальной геометрии и пространство-время:

- многообразия, касательные расслоения, тензорные поля;
- аффинная связность и ковариантные производные;
- метрика, сигнатура.

**Семинар:** Физическая интерпретация метрики: временные и пространственные интервалы, синхронизация часов.

### 3. Связность Леви—Чивиты и тензор кривизны Римана:

- связность Леви—Чивиты;
- тензор кривизны Римана, тензор и скаляр Риччи;
- свойства тензора кривизны, тождества Бьянки.

**Семинар:** Симметрии и векторные поля Киллинга.

### 4. Частицы и поля в искривленном пространстве-времени:

- частица в искривленном пространстве-времени, геодезические, внешнее электромагнитное поле;
- уравнение Гамильтона—Якоби;
- поля в искривленном пространстве-времени, канонический тензор энергии-импульса.

**Семинар:** Свойства изотропных гиперповерхностей, инвариантность изображений, фокусирование, оптические скаляры.

### 5. Уравнения гравитационного поля:

- преобразование полей, производная Ли;
- метрический тензор энергии-импульса, его связь с каноническим тензором;
- действие Гильберта—Эйнштейна и уравнения Эйнштейна.

**Семинар:** Тензор энергии-импульса для различных физических систем.

6. Законы сохранения в общей теории относительности:

- ковариантное сохранение энергии и импульса;
- псевдотензоры энергии-импульса Эйнштейна и Ландау—Лифшица;
- суперпотенциал;
- энергия, импульс и угловой момент как интегралы по поверхности.

**Семинар:** Полная энергия стационарной системы.

7. Слабое гравитационное поле:

- линеаризованные уравнения Эйнштейна, фиксация калибровки;
- статические решения линеаризованных уравнений Эйнштейна, остаточная калибровочная свобода;
- энергия и угловой момент через асимптотики гравитационного поля.

**Семинар:** Задачи на гравитационное поле в линейном приближении.

8. Гравитационные волны:

- свободные решения однородных линеаризованных уравнений Эйнштейна;
- плоские волны, монохроматические волны, фиксация калибровки, поляризации;
- псевдотензор энергии-импульса плоской гравитационной волны.

**Семинар:** Сильные гравитационные волны.

9. Излучение гравитационных волн:

- запаздывающее решение волнового уравнения, упрощение в размерности 4;
- нерелятивистский источник: ограничение, связанное с сохранением энергии и импульса, и квадрупольное излучение;
- угловое распределение и вычисление полной излученной энергии.

**Семинар:** Взаимодействие гравитационного поля с материей: затухание гравитационного поля и превращение электромагнитной волны в гравитационную в магнитном поле.

10. Решение Шварцшильда:

- сферически симметричные уравнения Эйнштейна, их прямое решение;
- геодезические в метрике Шварцшильда, неполнота шварцшильдовских координат;
- Координаты Эддингтона—Финкельштейна, горизонт событий и сингулярность;
- Координаты Крускала и диаграмма Пенроуза, максимально расширенное многообразие Крускала.

**Семинар:** Гравитационное поле статического сферически-симметричного тела, условие статического равновесия.

11. Движение частицы в метрике Шварцшильда:

- решение уравнения Гамильтона—Якоби;
- четыре типа движения в шварцшильдовской метрике, условие их реализации.

**Семинар:** Уравнение Гамильтона—Якоби: метод разделения переменных, интегрируемость, теорема Лиувилля, примеры.

12. Движение в сравнительно слабом гравитационном поле и экспериментальная проверка общей теории относительности:

- почти ньютоновское поле и прецессия перигелия;
- отклонение луча света слабым гравитационным полем.

**Семинар:** Падение слоя пылевидной материи на черную дыру.

13. Заряженные и вращающиеся черные дыры:

- решение Рейснера—Нордстрёма уравнений Максвелла и Эйнштейна;
- сингулярность, горизонт событий, горизонт Коши, диаграмма Пенроуза;
- решение Керра—Ньюмена, эргосфера, кольцевая сингулярность, диаграмма Пенроуза.

**Семинар:** Пространства постоянной кривизны в различных сигнатурах. Пространства де Ситтера.

14. Космологические решения. Фридмановские модели:

- однородная и изотропная Вселенная, пространства постоянной кривизны;
- уравнения Фридмана, их решения для пылевидной материи и ультрарелятивистского газа;
- космологическая постоянная и ускоренное расширение, современная модель расширяющейся Вселенной, темная материя и темная энергия;
- проблемы моделей с замедляющимся первоначальным расширением: проблема плоскостности, проблема однородности и изотропии, проблема горизонтов.

**Семинар:** Инфляционная модель. Уравнение для однородного скалярного поля в расширяющейся Вселенной.