Задачи занятия 09 марта 2017 года.

Задача 1 *Докажите, что отрезок и квадрат связны.*

Задача 2 *Докажите, что линейно связное пространство связно.*

Задача 3 *Докажите, что объединение графика функции* $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ *и отрезка* $[(0,-1),(0,1)]$ *связно но не линейно связно.*

Задача 4 *Докажите, что стереографическая проекция сохраняет углы.*

Задача 5 *Докажите, что пространство* $\mathbb{R}P^n$ *ориентируемо при нечетном* n *и неориентируемо при четном.*

Задача 6 *Вычислите функции перхода между следущими картами* U_j *на* $\mathbb{R}P^n$ *(*$\mathbb{C}P^n$*),* $j = 0, 1, \ldots, n$*:*

$$\left(x^0 : x^1 : \ldots : x^n\right) \to \left(\frac{x^0}{x^j}, \frac{x^1}{x^j}, \ldots, \frac{x^{j-1}}{x^j}, \frac{x^{j+1}}{x^j} \ldots, \frac{x^n}{x^j}\right)$$

Задача 7 *Вычислите функции перехода между картами на* $Gr(2,4)$.

Задача 8 *Рассмотрим вложение* $Gr^{\mathbb{R}}(2,4) \hookrightarrow \mathbb{R}P^5$*, заданное формулой*

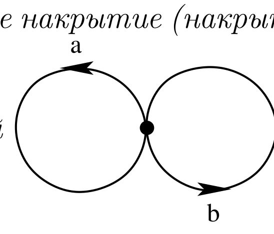
$$A \to \left(\Delta_{12} : \Delta_{13} : \Delta_{14} : \Delta_{23} : \Delta_{24} : \Delta_{34}\right).$$

Докажите, что образ задается однородным квадратным уравнением.

Задача 9 *Их теоремы Уитни следует, что* $\mathbb{R}P^2$ *можно вложить в* $\mathbb{R}^5$*. Докажите, что подмногообразие* $\mathbb{R}P^2 \subset \mathbb{R}^5$ *нельзя глобально задать регулярной системой уравнений*

$$\begin{cases} f_1(x^1, x^2, x^3, x^4, x^5) = 0 \\ f_2(x^1, x^2, x^3, x^4, x^5) = 0 \\ f_3(x^1, x^2, x^3, x^4, x^5) = 0. \end{cases}$$

Задача 10 *Постройте универсальное накрытие (накрытие с* $\pi_1(Y, y_0) = 0$*) над окружностью, над восьмеркой*



Задача 11 *Пусть* X*-восьмерка, как и в предыдущей задаче. Коммутаннтом группы называется подгруппа, порожденная всеми элементами вида* $xyx^{-1}y^{-1}$*, где* x*,* y *– произвольные элементы группы. Опишите накрытие, отвечающее коммутанту.*