Задачи занятия 16 марта 2017 года (сдвоенного).

Задача 1 Пусть К-узел-трилистник в трехмерном постранстве.



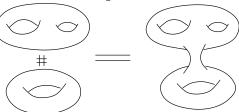
Группой узла называется фундаментальная группа дополнения к нему: $\pi_1(\mathbb{R}^3\backslash K)$.

- 1. Вычислите группу трилистника (т.е. группу $\pi_1(\mathbb{R}^3 \backslash K)$). В данной задаче достаточно выписать набор образующих и соотношений.
- 2. Докажите, что указанная группа неабелева.
- 3. Докажите, что ее фактор по коммутанту (подгруппе, порожденной всевозможными элементами вида $aba^{-1}b^{-1}$) есть группа \mathbb{Z} .

Задача 2 Используя преобразования многоугольников, склейкой сторон которых получаются двумерные многообразия, докажите равенство:

$$\mathbb{R}P^2 \# T^2 = \mathbb{R}P^2 \# \mathbb{R}P^2 \# \mathbb{R}P^2.$$

3десь # обозначает связную сумму поверхностей: $M_1\#M_2$ получется следующей конструкцией: из обеих поверхностей вырезаем по маленькому кружечку. После этого граница кружочка-окружность на M_1 приклеивается окружности на M_2 .



Задача 3 Докажите, что два различных способа склейки сторон 8угольника, указанные ниже, дают эквивалентные поверхности:

