# Влияние шума на быстрое охлаждение атомов в гармонических ловушках

**1)** Последнее время активно изучаються ультра холодные ионы в ловушках в контексте квантовых вычислений [1]. При таких энегриях, квантовая природа частиц играет важную роль.

**2)** Потенциальна энергия системы ионов составляеться из i) куллоновской энергии расталкивания одноименных зарядов; ii) внешнего потенциала ловушки. В режиме низких энергий (это достигеться разными процессам охлаждения) ионы испытывают вантовые коляблания вблизи своих классических положений равновесия.

**3)** Практический интерес представляют манипуляции холодными ионами, полем ловушки при которых атомы не «нагреваються» (не происходит квантовых возбужений). Примером такой манипуляции могли бы быть хорошо известные адиабатические изменения - однако они требует очень большого времени (в идеале бесконечного) и не подходят для экспериментов.

Тем не менее существую особые паттерны изменения внешнего поля, при которых «нагрев системы» минимален или вообще отсутствует, а требут они конечного времени.

Анализ быстрых манипуляций мы будем проводить в квадратичном приближении. Такая ситуация возможна, если во время манипуляции атомы не «далеко» отклонялись от положений равнвесия. Далее, мы предположим, что поле ловушки сильно анизотропно – можно будет ситать систему одномерной (так называемый линейный кристал).

Обычно в ловушке находиться много ионов одновременно и следовательно у системы много степеней свободы. В квадратичном режиме, можно выделит нормальные моды и изучать каждую по отдельности.

**4)** Теперь анализ сложной квантовой системы сводиться к изучению квантового гамильтониана одной степени свободы:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2(t)\hat{x}^2}{2}$$

Этот гамильтониан описывает эволюцию во времени волновой функции $\psi(x,t)$ при изменении $\omega(t)$ (систему можно было бы усложнить учитывая сдвиг минимума потенциала). Можно показать, что вся эволюция в.ф. сводиться к решению уравнения Ермакова [1] для вспомогательной функции:

$$\ddot{\rho} + \omega^2(t)\rho - \frac{1}{\rho^3} = 0$$

(это почти уравнение Ньютона, но с дополнительным квантовым, нелинейным членом). Например, энергия иона в ловушке свзяана со вспомогательной функцией $\rho(t)$ соотношением:

$$\langle E \rangle = \frac{m}{4}\left(\dot{\rho}^2 + \omega^2(t)\rho^2 + \frac{1}{\rho^2}\right)$$

**5)** Предположим, что мы не можем точно контролировать внешнее поле и следовательно управляющую частоту $\omega(t)$. В такой ситуации можно говорить о дополнительном шуме : $\delta\omega(t)$. В работе мы будем считать шум белым: случайным и гауссовым с коррелятором $\langle\delta\omega(t_1)\delta\omega(t_2)\rangle = 2\gamma\delta(t_1 - t_2)$ (где $\delta(t)$ - дельта функция). Причины возникновеня такого шума могут быть разными, наша задача понять как они влияют на среднюю энергию при оптимальных манипуляциях. Стахастические задачи такого рода изучаются на основании уравннеия Фоккера-Планка [3].

**Навыки требуемые для решения задачи:**

1. Решение дифференциальных уравнений
2. Базовые навыки работы с программой Mathematica.
3. Самые базовые понятия квантовой механики [4] (Решение квантового осциллятора, уровни энергии и волновые функции)

**Литература:**


- [1] Заливако И В, и др., "Квантовые вычисления на ионах в ловушках: принципы, достижения и перспективы" УФН 195 585 (2025).
- [2] H. Ralph Lewis, P. G. L. Leach, J. Math. Phys. 23, 2371 (1982);
- [3] H. Risken, The Fokker-Planck Equation: Method of Solution and Applications, Springer, (1989);
- [4] Л.Д. Ладау, Е.М. Лифшиц, Квантовая Механика: Нерелятивистская теория, Наука, с. 91-95 (1989);